DEVOIRS DE PREMIERE S

Exercice 1 : Soit ABC un triangle. On appelle A', B' et C' les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB]. On se place dans le repère $(A\,;\,\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

1. a. Lire les coordonnées de points A, B, C, A', B' et C'.

b. Calculer une équation cartésienne des droites (AA'), (BB') et (CC').

2. a. Déterminer les coordonnées du point d'intersection G des droites (AA') et (BB').

b. Montrer que le point G est sur la droite (CC'). Quel théorème vient-on de « redémontrer » ?

Dans toute la suite de l'exercice , on fera des calculs vectoriels

3. a. En utilisant 2. a., écrire le vecteur $\overrightarrow{AG}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b. En déduire que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

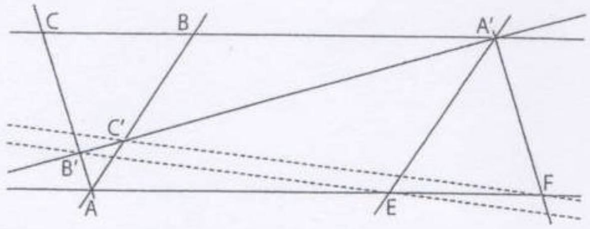
c. Soit M un point tel $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.
Montrer que M est en G. Conclure sur une caractérisation vectorielle du centre de gravité d'un triangle.

4. Soit DEF un triangle tel que $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$.
Montrer alors que les triangles ABC et DEF ont même centre de gravité.

Exercice 2 : Soit A, B et C trois points non alignés. B' et C' sont définis par :

$$\overrightarrow{AB'} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$$

La droite (B'C') coupe (BC) en A'.
La droite Δ_1 est la parallèle à (AB) passant par A', Δ_2 est la parallèle à (AC) passant par A' et Δ_3 est la parallèle à (BC) passant par A.
Le point E est l'intersection de Δ_1 et Δ_3, F est l'intersection de Δ_2 et Δ_3.



On cherche à démontrer que les droites (B'E) et (C'F) sont parallèles.
On se place dans le repère (A ; B, C).

1. Donner dans ce repère, les coordonnées de A, B, C, B' et C'.

2. a. Justifier que la droite (B'C') a pour équation $3x + 4y - 1 = 0$.

b. Déterminer une équation de la droite (BC).

c. En déduire les coordonnées du point A'.

3. a. Déterminer une équation de chacune des droites Δ_1, Δ_2 et Δ_3.

b. En déduire les coordonnées de E et F.

4. Conclure.