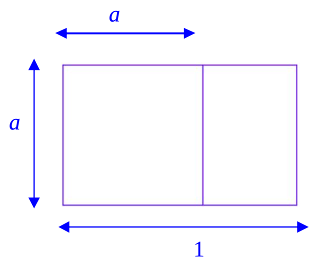
1ère S1

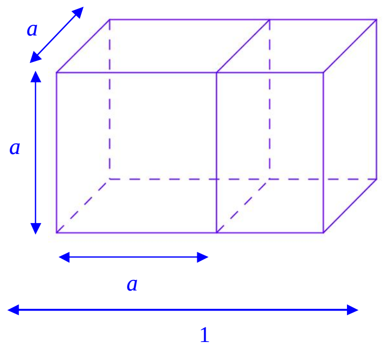
Devoir pour le jeudi 16 février 2012

I. Soit a un réel strictement positif.

1°) On suppose que $0 < a < 1$.
a) Expliquer pourquoi le rectangle et le carré de la première figure permettent d'illustrer l'inégalité $a^2 < a$.



b) Expliquer pourquoi le deuxième figure permet d'illustrer l'inégalité : $a^3 < a^2$.



2°) On suppose que $a > 1$.
En s'inspirant de ce qui précède, faire une illustration de l'inégalité $a^2 < a$ puis de l'inégalité $a^3 > a^2$.
On demande uniquement des figures sans aucune explication.

II. La suite de Fibonacci

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par les deux premiers termes $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et la relation de récurrence : $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

Partie A (calculs)

1°) Recopier et compléter la phrase en utilisant le vocabulaire adapté :

« Chaque terme de la suite, sauf les …., s'obtient en … »

2°) Calculer « à la main » u_2, u_3, u_4, u_5.
Donner le détail des calculs uniquement pour u_2 et u_3.
Donner les autres résultats directement sans détailler les calculs.

Partie B (algorithme)

1°) Écrire en langage naturel un algorithme qui permet de calculer les quinze premiers termes de cette suite.

- Écrire cet algorithme dans un cadre sur une seule page (il ne doit pas être écrit sur deux pages ; il ne doit pas y avoir de page à tourner).
- Indiquer clairement les différentes étapes de l'algorithme.
- Respecter les indentations éventuelles.

2°) Programmer cet algorithme sur la calculatrice et donner les valeurs de u_n pour $n \in \{2 ; 3 ; 4 ; … ; 15\}$.

Partie C (formule explicite)

1°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - x - 1 = 0$.
On note α et β les solutions de cette équation, avec $\alpha < \beta$.

2°) On admet que pour tout entier naturel n on a : $u_n = \lambda\ \alpha^n + \mu\ \beta^n$.
Déterminer les valeurs de λ et μ.

Partie D (facultative)

1°) Écrire en langage naturel un algorithme qui permet de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geqslant 1\,000$.
Programmer cet algorithme sur calculatrice et en déduire l'entier n cherché.

2°) Même question pour déterminer la somme des cinquante premiers termes.

Leonardo Fibonacci est né à Pise vers 1170, il est mort vers 1225. Il voyage en Égypte, Grèce et Syrie ; il y rencontre de nombreux scientifiques. Il publie vers 1200 un ouvrage « *Liber abbaci* » qui contient la plupart des résultats connus des Arabes en géométrie et arithmétique et sa célèbre suite. Vers 1220, il publie « *Practica geometriae* » dans lequel il recense toutes les connaissances de l'époque en géométrie et en trigonométrie.