Un très grand soin devra être apporté à la rédaction.

Exercice 1.

1. Soit φ un réel. Calculer le module et l'argument du nombre complexe : $z = \frac{1+j\tan\varphi}{1-j\tan\varphi}$
2. En déduire les expressions de $\sin 2\varphi$, $\cos 2\varphi$ et $\tan 2\varphi$ en fonction de $\tan\varphi$.
3. Utiliser ce qui précède et le changement de variable $u = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ pour calculer l'intégrale : $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos x} dx$.

Exercice 2.

1. Déterminer l'ensemble des nombres complexes z qui vérifient :
$$|1+iz| = |1-iz|$$
2. Soit a un nombre réel et n un entier naturel non nul. Déduire de ce qui précède l'ensemble des nombres réels tels que :
$$\left(\frac{1+iz}{1-iz}\right)^n = \frac{1+ja}{1-ja}$$

Exercice 3.

Le plan est muni d'un repère orthonormal, unité graphique 1cm ; on considère les points $A(2;0)$, $B(0;1)$ et $M(m;m)$ où m est une réel quelconque.

1. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles le triangle ABM est rectangle en M.
2. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles le triangle ABM est rectangle en m et isocèle.
3. Déterminer, en fonction de m, l'aire $f(m)$, en cm^2, du triangle ABM.
4. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'aire du triangle ABM est égale à 4 cm^2.