EXERCICE 1 : a) Calculer les limites des fonctions suivantes en 0, en $+\infty$ et en $-\infty$ (si cela est possible !) :

$x \to \sin x$; $x \to \dfrac{3x^2-1}{x}$; $x \to x+\dfrac{1}{x^2}$; $x \to \dfrac{2x-3}{\sqrt{x}}$; $x \to \dfrac{2x-1}{x}$;

$x \to \dfrac{2x-1}{x}\sin x$; $x \to \sqrt{x^2+1}-x$; $x \to \sqrt{x^2+x+1}+x+2$; $x \to \sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$.

b) Calculer la limite de $x \to \dfrac{\sqrt{x^2-1}+3x}{x}$ en $+\infty$; Calculer la limite de $x \to \dfrac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}$ en 3 .

EXERCICE 2 : a) Après avoir déterminer leur ensemble de définition, déterminer les asymptotes aux courbes représentatives des fonctions suivantes :

$f(x)=\dfrac{5x^2-2x+1}{2x+3}$; $g(x)=\dfrac{2x+5}{x-3}$; $h(x)=\dfrac{x^3+4x-1}{x^2+1}$; $j(x)=3x-1+\dfrac{2x+1}{x^2+3}$.

b) On considère la fonction f définie sur ¡ par $f(x)=\sqrt{x^2+2x+3}$; montrer que la droite d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe représentative de la fonction f . Y a-t-il une autre asymptote ?

c) On considère la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$; déterminer son ensemble de définition et déterminer les limites de cette fonction aux bornes de cet ensemble. Montrer que les droites d'équation $y = x-2$ et $y = -x + 2$ sont asymptotes à la courbe représentative de la fonction f .

EXERCICE 3 : En utilisant les théorèmes de comparaison sur les limites de fonctions, calculer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$ et en $-\infty$:

$f(x)=\cos x-3x$; $g(x)=\dfrac{\sin x}{x}$; $h(x)=x\sin\dfrac{1}{x}$; $j(x)=\dfrac{x}{2\sin x+3x}$.

Etudier la limite en 0 des fonctions g, h, j et de la fonction k définie par $k(x)=\dfrac{\cos x-1}{x}$.

EXERCICE 4 : Etudier la continuité des fonctions suivantes en la valeur a indiquée :

$f(x)=\dfrac{x}{|x|}$ si $x\neq 0$ et $f(0) = 1$, en $a=0$; $g(x)=\dfrac{\sin x}{x}$ si $x \neq 0$ et $g(0) = 1$, en $a=0$;

$h(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ si $x\neq 0$ et $h(0) = 1$, en $a=0$.

EXERCICE 5 : ***Résolution d'équations*** :

a) On considère la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.

Quelles sont les valeurs de m pour lesquelles l'équation $f(x) = m$ a une unique solution ?

b) Résoudre l'équation $x^3-3x^2+1=0$ (montrer l'existence de solutions et donner des valeurs exactes ou approchées des solutions).

c) Résoudre l'équation $\cos x = x$ (montrer l'existence de solutions et donner des valeurs exactes ou approchées des solutions).

d) Résoudre l'équation $|x^3-12x| = 1$ (montrer l'existence de solutions et donner des valeurs exactes ou approchées des solutions).

EXERCICE 6 : Dans un repère orthonormal, on considère le cercle (C) d'équation $x^2+y^2=1$ et le point I de coordonnées (1;0). M et N sont deux points du cercle (C) tels que (MN) et (OI) soient perpendiculaires et H est le point d'intersection des droites (OI) et (MN). On pose OH=x.

1. Calculer l'aire du triangle MNI en fonction de x.
2. f est la fonction définie sur [-1;+1] par : $f(x) = (1-x)\sqrt{1-x^2}$.

a) Trouver les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.