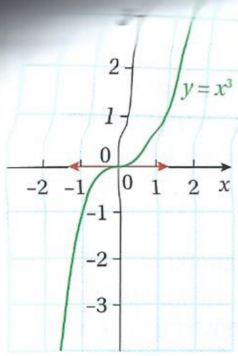


EXEMPLE : Le point O, origine du repère, est un point d'inflexion de la courbe représentative de la fonction cube $x \mapsto x^3$. En ce point, la courbe traverse sa tangente.

Si on pose $f(x) = x^3$, alors f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

Pour tout réel x, $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.

f'' s'annule et change de signe en 0.

f' est décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0]$, croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.

> **INFO**
> La tangente en 0 à la courbe représentative de f est l'axe des abscisses.

■ Si f est deux fois dérivable sur I et si a est un élément de I, la condition $f''(a) = 0$ ne suffit pas pour que le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse a soit un point d'inflexion ; cette condition est nécessaire, mais non suffisante.

Si le point d'abscisse a est un point d'inflexion, alors $f''(a) = 0$; mais la réciproque de cette proposition est fausse.

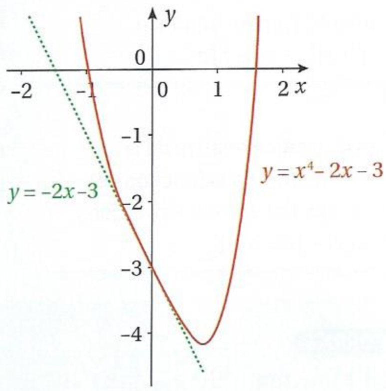
CONTRE-EXEMPLE : La fonction $f(x) = x^4 - 2x - 3$ est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

Pour tout réel x, $f'(x) = 4x^3 - 2$ et $f''(x) = 12x^2$.

$f''(0) = 0$, mais f'' ne change pas de signe en 0.

En effet, pour tout réel x, $f''(x) \geqslant 0$.

Le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 0 n'est pas un point d'inflexion : $f(0) = -3$. Le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 0 a pour ordonnée -3. En ce point, la courbe ne traverse pas sa tangente. Ce point n'est pas un point d'inflexion.



QUIZ

Pour chaque question, une seule des réponses proposées est exacte.

1. La fonction inverse : $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est :

☐ **a.** convexe sur $]-\infty\ ;\ 0[$ et sur $]0\ ;\ +\infty[$

☐ **b.** concave sur $]-\infty\ ;\ 0[$ et sur $]0\ ;\ +\infty[$

☐ **c.** convexe sur $]-\infty\ ;\ 0[$ et concave sur $]0\ ;\ +\infty[$

☐ **d.** concave sur $]-\infty\ ;\ 0[$ et convexe sur $]0\ ;\ +\infty[$

2. Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$, et f et g deux fonctions convexes sur I.
On définit la fonction h sur I par : $h(x) = f(x) + g(x)$.
La fonction h :

☐ **a.** est convexe sur I ☐ **b.** est concave sur I ☐ **c.** n'est ni convexe, ni concave sur I

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.
La courbe $\mathscr{C}$:

☐ **a.** a un point d'inflexion d'abscisse -1 ☐ **b.** a un point d'inflexion d'abscisse 1

☐ **c.** a deux points d'inflexion d'abscisses -1 et 1 ☐ **d.** n'a aucun point d'inflexion.

CORRIGÉ 1.d – 2.a – 3.b