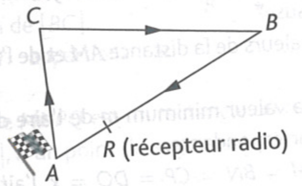
78 Course automobile

Le circuit d'une course automobile peut être modélisé par le schéma ci-dessous :



Le départ et l'arrivée se trouvent en A ; les voitures se déplacent dans le sens ACB.

Les voitures sont équipées d'émetteur radio pour être en contact permanent avec leurs équipes, qui se trouvent au point R.

On donne : $AC = 5$, $CB = 7$, $AB = 9$ et $AR = 2{,}5$ (l'unité de mesure de longueur est le kilomètre).

On s'intéresse à la distance voiture-récepteur radio.

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique

a. Construire le triangle ABC, et placer un point M se déplaçant sur le triangle ACB (pour modéliser la position d'une voiture).

b. On note x la longueur du trajet effectué par M (à partir de A) et $f(x)$ la longueur MR.

Conjecturer les variations de la fonction f.

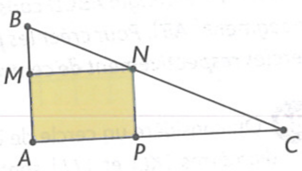
2. Par des considérations géométriques, confirmer les conjectures précédentes.

79

ABC est un triangle rectangle en A.

On donne :

$AB = 4$ et $AC = 8$.



M est un point du segment $[AB]$; les points N et P appartiennent respectivement aux segments $[BC]$ et $[AC]$ de façon que $AMNP$ soit un rectangle.

1. Dans cette question, on pose $AM = 1$.

Faire la figure et calculer l'aire du rectangle $AMNP$.

Dans la suite, le point M est un point quelconque du segment $[AB]$. On pose $AM = x$.

2. Démontrer que $MN = 2(4 - x)$.*

3. Démontrer que l'aire $f(x)$ du rectangle $AMNP$ est donnée par $f(x) = 8x - 2x^2$.

4. Déterminer, en utilisant la calculatrice, des valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 6$.

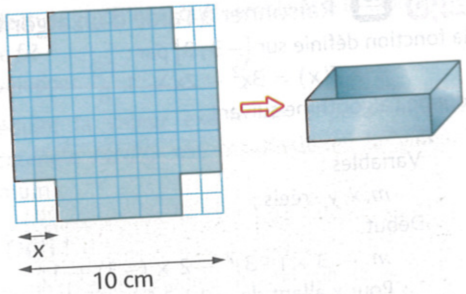
5. Déterminer, en utilisant la calculatrice, la position du point M pour que l'aire du rectangle $AMNP$ soit maximale. Quelle est la valeur de ce maximum ?

*** Conseil**

Utiliser le théorème de Thalès.

80

On dispose d'un carré de métal de 10 cm de côté. Pour fabriquer une boîte sans couvercle, on enlève à chaque coin un carré de côté x (cm) et on relève les bords par pliage. La boite obtenue est un pavé droit.



On souhaite déterminer les dimensions de la boîte de volume maximal.

1. Calculer le volume de la boîte obtenue si $x = 2$.*

2. Quelles sont les valeurs possibles pour la variable x ?

3. On note V la fonction qui à x associe le volume de la boite exprimé en cm^3.

Démontrer que :

$$V(x) = 100x - 40x^2 + 4x^3.$$

4. Retrouver le résultat de la question **1.** à l'aide de la fonction V.

5. Calculer $V(3)$.

6. Calculer l'image de $\frac{5}{3}$ par V (donner la valeur exacte, puis une valeur approchée arrondie à 10^{-2}).

7. a. À l'aide de la calculatrice, représenter sur la feuille la courbe représentative de V.

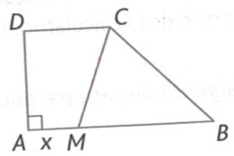
b. Déterminer graphiquement pour quelle(s) valeur(s) de x la boîte est de volume maximal. Quel est ce volume maximal ?

*** Conseil**

Le volume V d'un pavé droit est égal au produit de sa longueur L, de sa largeur ℓ et de sa hauteur h (en cm) : $V = L \times \ell \times h$.

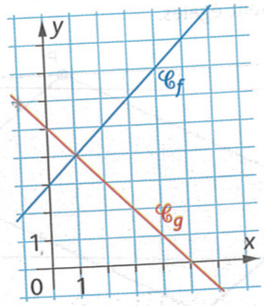
81

$ABCD$ est un trapèze rectangle en A dont on ne connaît pas les dimensions.



Pour un point M du segment $[AB]$, on note $f(x)$ l'aire du trapèze $AMCD$ et $g(x)$ l'aire du triangle MBC.

On donne les représentations graphiques des fonctions f et g ci-dessous.



Quelles sont les dimensions du trapèze ?