2. Soit l'ensemble $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. On définit les permutations suivantes dans A :
$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

   (a) Calculer $g \circ f$. Exprimer $g \circ f$ en notation cyclique.

   (b) Calculer f^{-1}.

6. Dans l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels, on définit la loi de composition interne $*$ comme suit :
$\forall a, b \in \mathbb{N} \;\; a * b = a + b + a.b$ où les signes $+$ et $\cdot$ désignent, respectivement, l'addition et la multiplication usuelles dans $\mathbb{N}$.

   (a) Montrer que $\mathbb{N}$ est fermée par rapport à la loi de composition $*$.

   (b) Montrer que ($\mathbb{N}$,*) est un semi-groupe commutatif.

   (c) Est-ce que ($\mathbb{N}$,*) est un monoïde ?

   (d) Est-ce que ($\mathbb{N}$,*) est un groupe ?

7. Soit $(G, *)$ un groupe avec e comme élément neutre. Soit la fonction f : $(G, *) \to (G, *)$ définie par : $f(x) = e$ pour tout $x \in G$.

   (a) Prouver que f est un homomorphime.

   (b) Trouver $Kerf$.

10. Soit X l'ensemble des mots binaires qui contiennent au moins un zéro, mais pas deux zéros consécutifs.

   (a) Construire un automate qui reconnaît X.

   (b) Représenter l'ensemble X sous forme d'expression régulière.