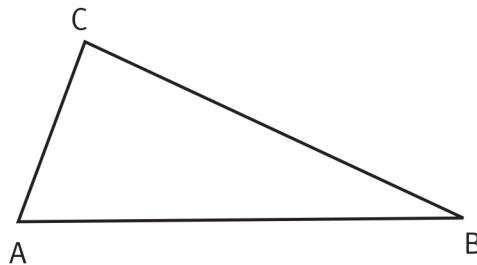


## Exercice 5

On considère un triangle ABC. Soit E le point défini par

$$\overrightarrow{AE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} \text{ et F le point défini par } \overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Soit I le milieu du segment  $[BC]$  et J le milieu du segment  $[EF]$ . Soit K le point d'intersection des droites (BF) et (CE).



- ❶ Faire une figure. Que peut-on conjecturer pour les points A, I, J et K ?
- ❷ Démontrer vectoriellement que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
- ❸ Démontrer que  $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AI}$ . On admet que, de même,  $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}) = \overrightarrow{AJ}$ . Démontrer que les points A, I et J sont alignés.
- ❹ a) Pourquoi les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  forment-ils une base du plan ? Dans le repère  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  donner les coordonnées des points A, B, C, E et F.  
b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (CE), de la droite (BF).  
En déduire les coordonnées du point K.  
c) Démontrer que le point K appartient à la droite (AI).