

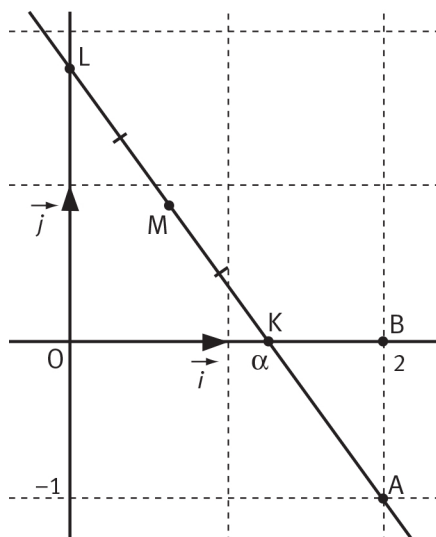
Exercice 3

Dans un repère orthonormé, A est le point de coordonnées $(2; -1)$ et B le point de coordonnées $(2; 0)$.

Le point K, distinct de B, est sur la demi-droite $[BO)$. La droite (AK) coupe l'axe des ordonnées en L et M est le milieu du segment $[KL)$.

Dans cet exercice, on cherche à déterminer le lieu du point M quand le point K décrit la demi-droite $[BO)$.

❶ Faire une figure avec un logiciel de géométrie dynamique (à défaut construire 8 points M). Les points M semblent se déplacer sur une courbe \mathcal{C} qui ressemble à celle d'une fonction de référence, laquelle ?



❷ On appelle α l'abscisse du point K.

Dans le cas où $0 < \alpha < 2$, exprimer la longueur OL en fonction de α . En déduire l'ordonnée y du point M en fonction de α .

Exprimer α en fonction de l'abscisse x du point M et en déduire que le point M appartient à la courbe d'équation $y = \frac{x}{2-2x}$.

❸ On admet que l'ensemble des points M est la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction f définie sur $] -\infty; 1[$ par $f(x) = \frac{x}{2-2x}$.

a) Démontrer que, pour tout x de l'intervalle $] -\infty; 1[$, on a $-0,5 + \frac{1}{2-2x} = f(x)$.

b) En déduire le sens de variation de la fonction f sur $] -\infty; 1[$.

c) Expliquer géométriquement pourquoi, pour tout x de $] -\infty; 1[$, on a $f(x) > -0,5$.

d) Tracer la courbe \mathcal{C} .