

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$.

- ① Tracer la courbe représentative (\mathcal{C}) de f dans un repère orthogonal.
- ② Déterminer l'équation réduite de la tangente à (\mathcal{C}) au point d'abscisse 5 ; tracer cette tangente.
- ③ Il existe un point A de la courbe (\mathcal{C}) où le coefficient directeur de la tangente (T) est égal à 1.
 - a) Calculer l'abscisse de ce point.
 - b) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T).
 - c) Tracer cette tangente (T) sur le graphique précédent.
- ④ La droite (T) coupe l'axe des ordonnées en un point B. Quelles sont les coordonnées de B ?
- ⑤ Une deuxième tangente (T') à la courbe (\mathcal{C}) passe par le point B. Soit a l'abscisse du point E, point de contact entre cette droite et la courbe (\mathcal{C}).
 - a) Montrer que a est solution de l'équation $f(a) - af'(a) = -\frac{3}{2}$.
 - b) Déterminer a et dessiner la tangente (T').