

Exercice 3

On donne la suite récurrente (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout n de \mathbb{N} , $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+0,5u_n}$.

② Le plan étant rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 3 cm), faire apparaître les premiers termes de la suite (u_n) sur un graphique en utilisant la courbe \mathcal{C} d'équation $y = \frac{x}{1+0,5x}$ et la droite \mathcal{D} d'équation $y = x$.

② Donner des valeurs approchées par défaut à 10^{-4} près de u_1, u_2, u_3 et u_4 .

③ On suppose que tous les nombres u_n sont différents de 0 et on définit la suite (v_n) par $v_n = \frac{1}{u_n}$ pour tout n de \mathbb{N} .

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on donnera le premier terme et la raison.

b) Pour tout n de \mathbb{N} , exprimer v_n en fonction de n , en déduire u_n en fonction de n .

c) Quelle est la valeur exacte de u_4 ? Comparer avec la valeur trouvée au ①. Donner la valeur exacte de u_{100} .