

Exercice 2 : Recherche d'un jeu équitable.

Une urne contient six boules blanches et n boules rouges (n est un nombre entier tel que $n \geq 2$).

Un joueur tire au hasard, successivement et sans remise, deux boules de l'urne.

Pour chaque boule blanche tirée, il gagne 2 euros et pour chaque boule rouge, il perd 3 euros.

Objectif de l'exercice : déterminer n pour que le jeu soit équitable.

1. Une issue est ici un couple de boules distinctes. D'après le modèle, l'équiprobabilité de chacune des issues est assurée. La règle du jeu conduit à définir une variable aléatoire G qui à chaque issue associe le gain algébrique du joueur.

a) Exprimer en fonction de n , le nombre d'issues possibles.

b) Quelles sont les valeurs prises par G ?

→ c) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire G .

2. Dire que le jeu est équitable, signifie que l'espérance mathématique de G est nulle.

Le problème consiste donc à déterminer l'entier n tel que $E(G) = 0$.

Calculer $E(G)$ et en déduire la valeur de n qui convient.

G	-6	-1	4
$p(G)$	$\frac{n(n-1)}{(5+n)(6+n)}$	$\frac{12n}{(6+n)(5+n)}$	$\frac{30}{(6+n)(5+n)}$

$$p(-6) = \frac{n}{6+n} \times \frac{n-1}{5+n} = \frac{n(n-1)}{(6+n)(5+n)}$$

$$p(-1) = \frac{6}{(6+n)} \times \frac{n}{n+5} + \frac{n}{6+n} \times \frac{6}{n+5} = \frac{12n}{(6+n)(5+n)}$$

$$p(4) = \left(\frac{6}{6+n}\right) \times \left(\frac{5}{5+n}\right) = \frac{30}{(6+n)(5+n)}$$

Faux !!