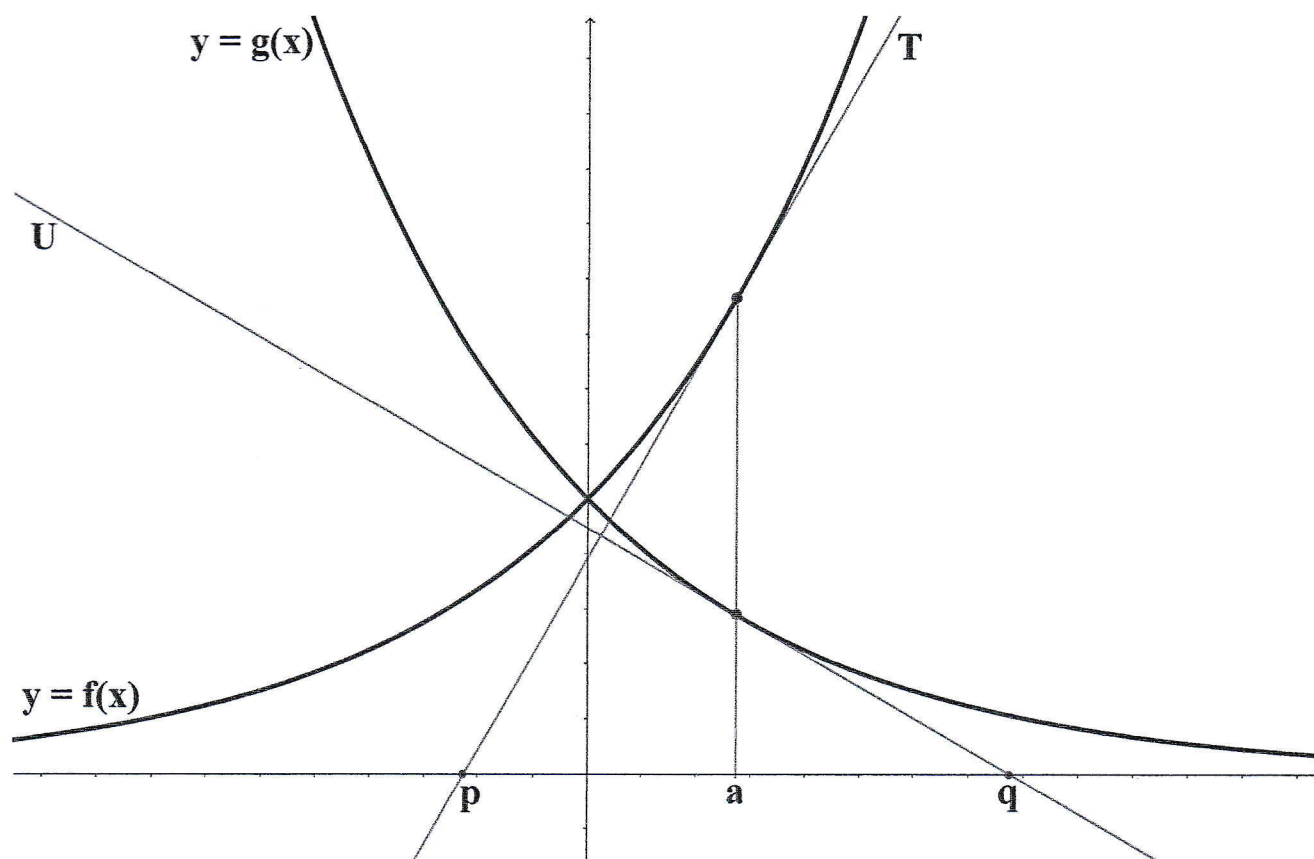


Exercice 3



Soient  $f$  et  $g$  les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = e^x$  et  $g(x) = e^{-x}$ . Elles ont été représentées dans le graphique ci-dessus. (Leur point d'intersection, sur l'axe  $Oy$ , marque donc l'ordonnée 1.)

Soit  $a$  un réel donné. (Dans le graphique,  $a$  vaut 0,55 ; mais ce n'est qu'un exemple.)

On considère les droites  $T$  et  $U$  qui sont respectivement les tangentes en  $a$  aux courbes de  $f$  et de  $g$ .

1) Déterminer les équations de  $T$  et  $U$  et montrer qu'elles peuvent s'écrire :

$$(T) : y = e^a x + e^a(1-a)$$

$$(U) : y = -e^{-a} x + e^{-a}(1+a)$$

2) (On rappelle que deux droites ni verticales ni horizontales sont orthogonales *si et seulement si* leurs coefficients directeurs ont pour produit  $-1$ .)

Montrer que les droites  $T$  et  $U$  sont orthogonales.

3) On note  $p$  l'abscisse du point d'intersection entre l'axe des abscisses et la droite  $T$ . On note  $q$  l'abscisse du point d'intersection entre l'axe des abscisses et la droite  $U$ .

a) Exprimer  $p$  et  $q$  en fonction de  $a$ .

b) Montrer que  $q - p$  vaut 2, quel que soit  $a$ .