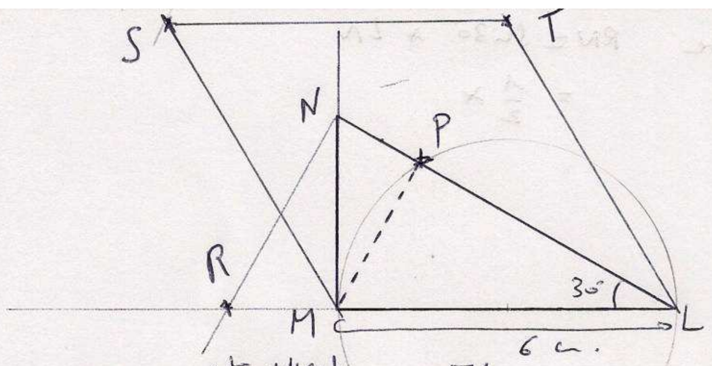

1) $\cos 30° = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{ML}{LN}$

Donc $LN = \dfrac{ML}{\cos 30°} = \dfrac{6}{(\sqrt{3}/2)} = \dfrac{12}{\sqrt{3}} = \dfrac{4\times 3}{\sqrt{3}} = \dfrac{4\times\sqrt{3}\times\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}} = 4\sqrt{3}$ cqfd

2) Le triangle LMP a pour cercle circonscrit le cercle de diamètre ML qui est un côté du triangle. Or, si l'un des côtés d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit, alors ce triangle est rectangle (le diamètre du cercle circonscrit est alors son hypoténuse.

Donc le triangle LMP est un triangle rectangle en P

3) $\sin 30° = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{MP}{ML}$

Donc $MP = \sin 30° \times ML = \dfrac{1}{2}\times 6 = 3$ cqfd

4) D'après le théorème de Pythagore, $ML^2 = MP^2 + LP^2$

Donc $LP^2 = ML^2 - MP^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$

Donc $LP = \sqrt{27} = \sqrt{9\times 3} = 3\sqrt{3}$ cqfd.

5) (RN) est perpendiculaire à (LN) par définition

(MP) est perpendiculaire à (LP) car LPM est un triangle rectangle en P

(LP) et (LN) sont confondues, donc (MP) est perpendiculaire à (LN)

Donc (RN) et (MP) sont parallèles

6) $tg 30° = \dfrac{\text{coté opposé}}{\text{coté adjacent}} = \dfrac{RN}{LN}$

Donc $RN = LN \times tg30° = 4\sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{4 \times 3}{3} = \underline{\underline{4}}$ cqfd

7) $\text{Aire}(MPL) = \dfrac{MP \times PL}{2} = \dfrac{3 \times 3\sqrt{3}}{2} = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}$

$\text{Aire}(RNL) = \dfrac{NL \times RN}{2} = \dfrac{4\sqrt{3} \times 4}{2} = \dfrac{16\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$

8) $\cos(30°) = \dfrac{NL}{RL} \Leftrightarrow RL = \dfrac{NL}{\cos(30°)} = \dfrac{4\sqrt{3}}{(\sqrt{3}/2)} = \dfrac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8$

Donc $RM = RL - ML = 8 - 6 = \underline{\underline{2}}$

Donc $MN^2 = RN^2 - RM^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$

Donc $MN = \sqrt{12} = \underline{\underline{2\sqrt{3}}}$

Donc $NP^2 = MN^2 - MP^2 = (2\sqrt{3})^2 - 3^2 = 4 \times 3 - 9 = 12 - 9 = 3$

Donc $NP = \underline{\underline{\sqrt{3}}}$

$\text{Aire}(MPNR) = \text{Aire}(MRN) + \text{Aire}(MNP)$

$= \dfrac{MN \times RM}{2} + \dfrac{NP \times MP}{2}$

$= \dfrac{2\sqrt{3} \times 2}{2} + \dfrac{3 \times \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} + \dfrac{3}{2}\sqrt{3} = \dfrac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{2}$

$= \underline{\underline{\dfrac{7\sqrt{3}}{2}}}$

9) S est le symétrique de L par rapport à P, donc P est le milieu du segment LS. STLM est un parallélogramme, donc le segment ST est le symétrique du segment LM par rapport à P, donc le point T est le symétrique de M par rapport à P, donc P est le milieu du segment [MT].