2) $g(x) = x - \sqrt{x+1}$

D_g : il faut que $x+1 \geq 0$ donc $x \geq -1$

Donc $D_g = [-1 ; +\infty[$

$\lim\limits_{-1} g(x) = -1$

$\lim\limits_{+\infty} g(x) = \lim\limits_{+\infty} x\left(1 - \frac{\sqrt{x+1}}{x}\right) = \lim\limits_{+\infty} \underbrace{x}_{+\infty}\Big(\underbrace{1 - \sqrt{\tfrac{x+1}{x^2}}}_{1}\Big)$

$= \underline{\underline{+\infty}}$

3) $h(x) = \dfrac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$

D_f : il faut que $x-1 \neq 0$ ~~donc D_f~~ et $x+3 \geq 0$

Donc $x \neq 1$ et $x \geq -3$

Donc $D_f = [-3, 1[\cup]1 ; +\infty[$

$\lim\limits_{-3} h(x) = \dfrac{-2}{-4} = 1/2$; $\lim\limits_{+\infty} h(x) = \lim\limits_{+\infty} \dfrac{\sqrt{x+3}}{x-1} = \lim\limits_{+\infty} \dfrac{\sqrt{x}}{x} = \lim\limits_{+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x}} = \underline{\underline{0}}$

$\lim\limits_{1^+} h(x) = \lim\limits_{1^+} \dfrac{(\sqrt{x+3} - 2)(\sqrt{x+3} + 2)}{(x-1)(\sqrt{x+3} + 2)} = \lim\limits_{1^+} \dfrac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3} + 2)}$

$= \lim\limits_{1^+} \dfrac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3} + 2)} = \lim\limits_{1^+} \dfrac{1}{(\sqrt{x+3} + 2)} = \dfrac{1}{2+2} = \underline{\underline{1/4}}$

$\lim\limits_{1^-} h(x) = \lim\limits_{1^+} h(x) = 1/4$.

4) $i(x) = \dfrac{x^2 \cos x + 1}{x^3 + 2}$

D_f : il faut que $x^3 + 2 \neq 0 \Rightarrow x^3 \neq -2 \Rightarrow x \neq \sqrt[3]{-2} = \alpha_1$

$\approx -1,26$

Donc $D_i = \mathbb{R} - \{\sqrt[3]{-2}\}$

$\lim\limits_{+\infty} i(x) = \lim\limits_{+\infty} \dfrac{x^2}{x^3} = \lim\limits_{+\infty} \dfrac{1}{x} = 0 = \lim\limits_{-\infty} i(x)$ $\quad \boxed{\alpha_1^2 \cos \alpha_1 + 1 \approx 0,57}$

$\lim\limits_{\sqrt[3]{-2}^+} i(x) = \lim\limits_{\sqrt[3]{-2}^+} = \dfrac{\alpha_1^2 \cos \alpha_1 + 1}{0^+} = +\infty$ $\quad \lim\limits_{\sqrt[3]{-2}^-} i(x) = -\infty$

5) $j(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x^2-4}}$

Dj : il faut que $\dfrac{x-1}{x^2-4} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{(x-2)(x+2)} \geq 0$

et $x^2-4 \neq 0$

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$	$\Vert$	$-$		$-$	$\Vert$	$+$	
$x+2$		$-$	$\Vert$	$+$		$+$	$\Vert$	$+$	
$\dfrac{x-1}{x^2-4}$		$-$	$\Vert$	$+$		$-$	$\Vert$	$+$	

Donc $Dj =]-2, 1] \cup]2 ; +\infty[$

$\lim\limits_{-2^+} j(x) = +\infty$ $\quad \lim\limits_{1} j(x) = 0$ $\quad \lim\limits_{2^+} j = +\infty$ $\quad \lim\limits_{+\infty} j = 0$

Exercice 2 $\quad f(x) = x + \sqrt{x^2+x+1}$

1) $Df \Leftrightarrow x^2+x+1 \geq 0$

$x^2+x+1 \quad \Delta = b^2-4ac = 1^2-4 = -3 < 0$

Donc x^2+x+1 est du signe de a, donc x^2+x+1 est toujours positif, donc $Df = \mathbb{R}$

2) $\lim\limits_{x \to -\infty} = \lim\limits_{-\infty} \dfrac{(x+\sqrt{x^2+x+1})(x-\sqrt{x^2+x+1})}{x-\sqrt{x^2+x+1}}$

$= \lim\limits_{-\infty} \dfrac{x^2-x^2-x-1}{x-\sqrt{x^2+x+1}} = \lim\limits_{-\infty} \dfrac{-x-1}{x-\sqrt{x^2+x+1}} = \lim\limits_{-\infty} \dfrac{-x-1}{x-\sqrt{x^2}}$

$= \lim\limits_{-\infty} \dfrac{-x-1}{2x}$

$= -1/2$

Donc $\lim\limits_{-\infty} f(x) = -1/2$

$\cancel{\lim\limits_{-\infty} f(x) + 1/2x = \lim\limits_{-\infty} 3/2x + \sqrt{x^2+x+1}}$

Donc $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote horizontale d'équation $y = -1/2$

3) Plan de cridet