DM n°1

Exercice 1

Etudier le sens de variation de la suite (u_n).

1) $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = -5 \times (2)^n$

U_n est une suite géométique de premier terme (-5) et de raison $2 = q$

$q > 1$ et le premier terme $u_0 < 0$, donc la suite u_n est <u>décroissante</u> négative.

2) $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_n = \dfrac{-4}{(n+1)^2}$

Calculons $u_{n+1} - u_n = v_n$

$$v_n = \frac{-4}{(n+2)^2} + \frac{4}{(n+1)^2} = 4\left(\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{(n+2)^2}\right) = 4\left(\frac{(n+2)^2 - (n+1)^2}{(n+1)^2(n+2)^2}\right)$$

$$v_n = 4\left(\frac{n^2+4n+4-n^2-2n-1}{(n+1)^2(n+2)^2}\right) = 4 \times \left(\frac{2n+3}{(n+1)^2(n+2)^2}\right) > 0$$

$v_n > 0$, donc $u_{n+1} - u_n > 0$, donc $u_{n+1} > u_n$

Donc u_n est <u>croissante</u>.

3) $u_0 = -8$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{2}{3} u_n$

Cette suite est également une suite géométique et peut donc s'écrire

$$u_n = u_0 \times (2/3)^n = -8 \times (2/3)^n$$

c'est donc une suite géométique de premier terme $u_0 < 0$ et de raison $q = \frac{2}{3} < 1$.

$q < 1$ et $u_0 < 0$, donc la suite u_n est <u>croissante</u> négative.

Exercice 2 $\quad f(x) = \dfrac{3x+2}{x+4}$ sur $I\ [0;1]$

1) Etudier les variations de f et en déduire que, $\forall x \in I$, $f(x) \in I$.

~~$f(x) = f(3x+2$~~ $\quad f'(x) = \dfrac{10}{(x+4)^2}$

On en deduit que $\forall x \in [0,1]$, $f'(x) > 0$.

La fonction f est donc croissante sur I

$f(0) = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$ et $f(1) = \dfrac{3+2}{1+4} = \dfrac{5}{5} = 1$

f est croissante sur $[0,1]$, donc $f(0) \leq f(x) \leq f(1)$

Donc $\dfrac{1}{2} \leq f(x) \leq 1$. $[1/2, 1] \subset [0,1]$

Donc $f(x) \in I$

Veuillez vous réabonner pour la suite.