

Exercice 1

$$(a) \quad \sin x - \frac{x}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \frac{x}{2} \quad \Leftrightarrow x = 2 \sin x$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1, \text{ donc } -2 \leq 2 \sin x \leq 2$$

$$\text{Donc nécessairement } -2 \leq x \leq 2.$$

(b) La fonction $f(x) = \sin x - \frac{x}{2}$ est une fonction impaire, c'est-à-dire $f(-x) = -f(x)$.

D'autre part $f'(x) = \cos x - 1/2$ donc la fonction

$f'(x)$ est positive sur l'intervalle $[-\pi/3; \pi/3]$

$f(-\pi/3) < 0$ et $f(\pi/3) > 0$, donc il y a un seul
solution $x=0$ dans cet intervalle.

Sur $[\pi/3; 2]$, la fonction est décroissante et $f(2) < 0$

Donc il y a une solution entre $\pi/3$ et 2

sur $[-2; -\pi/3]$, la fonction est décroissante et $f(-2) > 0$

Donc il y a une solution entre -2 et $-\pi/3$.

Il y a 3 solutions à l'équation (1)