1) Demontrer que : $A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$

$\mathbb{R}$ est un anneau intègre, on peut donc appliquer le théorème suivant : Dans un anneau intègre, le produit d'un nombre fini de facteurs est égal à 0 ssi l'un de ses facteurs est égal à 0.

$A \times B = 0$ si et seulement si $A = 0$ ou $B = 0$

Donc $\underline{\underline{A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0}}$

2) a) $A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$

Donc $\overline{A \times B = 0} \Leftrightarrow \overline{A = 0 \text{ ou } B = 0}$

Donc $A \times B \neq 0 \Leftrightarrow A \neq 0$ et $B \neq 0$

b) Pour tout $a, b \in [1; +\infty[$, $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$

le contraire est :

Il existe $a \in [1; +\infty[$ et Il existe $b \in [1; +\infty[$, $a < b$ ~~et~~ $f(a) \geq f(b)$

$\exists\, a, b \in [1; +\infty[^2$, tel que $a < b$ et $f(a) \geq f(b)$.

c) Pour tout $\varepsilon > 0$, on peut trouver $\tau > 0$ tel que :

$$-\tau \leq x - x_0 \leq \tau \Rightarrow -\varepsilon \leq f(x) - f(x_0) \leq \varepsilon$$

le contraire est :

$\exists\ \varepsilon > 0$, on peut trouver $\tau > 0$ tel que :

(Il Existe) $-\tau \leq x - x_0 \leq \tau$ et $\big(f(x) - f(x_0) < -\varepsilon$ ou $f(x) - f(x_0) > \varepsilon \big)$