$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 1$

$f'(x) = 6x^2 - 6x + 1$

Etudions le signe de $f'(x)$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 6 = 36 - 24 = 12 > 0$ → $x_1 = \frac{6+\sqrt{12}}{12}$ ou $x_2 = \frac{6-\sqrt{12}}{12}$

Donc $f'(x) \geq 0$ si $x \in \left]-\infty ; \frac{6-\sqrt{12}}{12}\right] \cup \left[\frac{6+\sqrt{12}}{12} ; +\infty\right[$

et $f'(x) \leq 0$ si $x \in \left[\frac{6-\sqrt{12}}{12} ; \frac{6+\sqrt{12}}{12}\right]$

$f\left(\frac{6-\sqrt{12}}{12}\right) \approx f(0{,}211) \simeq 1{,}096$

$f\left(\frac{6+\sqrt{12}}{12}\right) \approx f(0{,}788) \simeq 0{,}903$

on peut donc faire le tableau de variations suivant

x	$-\infty$		$\frac{6-\sqrt{12}}{12}$		$\frac{6+\sqrt{12}}{12}$		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	$1{,}096$	↘	$0{,}903$	↗	$+\infty$

Il y a donc une solution entre $\left]-\infty ; \frac{6-\sqrt{12}}{12}\right]$ $\cancel{\left]\frac{6+\sqrt{12}}{12} ; +\infty\right[}$

$f(0) = 1$, $f(-0{,}5) = -0{,}5$, $f(-0{,}4) = -0{,}008$ $f(-0{,}3) = 0{,}376$

$f(-0{,}39) = 0{,}035$ $f(-0{,}395) = 0{,}013$ $f(-0{,}396) = 0{,}00935$

$f(-0{,}398) = 0{,}0006$ $f(-0{,}399) = -0{,}0036$

Donc Il y a seule solution α

avec $\underline{-0{,}399 < \alpha < -0{,}398}$