Exercice n°1.

1) x est forcément supérieur à 3, car si ce n'était pas le cas, le charpentier ne pourrait pas faire reposer le toit sur le sol de l'étage.

2) Si l'on considère les 2 triangles rectangles ABD et OMD, on remarque que $\widehat{OMD} = \widehat{ABD}$, donc $\frac{OM}{OD} = \frac{AB}{AD}$, donc

$$\frac{x}{h} = \frac{3}{h-2} \iff x(h-2) = 3h \iff xh - 2x = 3h.$$

$$\iff h(x-3) = 2x \iff h = \frac{2x}{x-3} = \frac{2x-6+6}{x-3} = \frac{2x-6}{x-3} + \frac{6}{x-3}$$

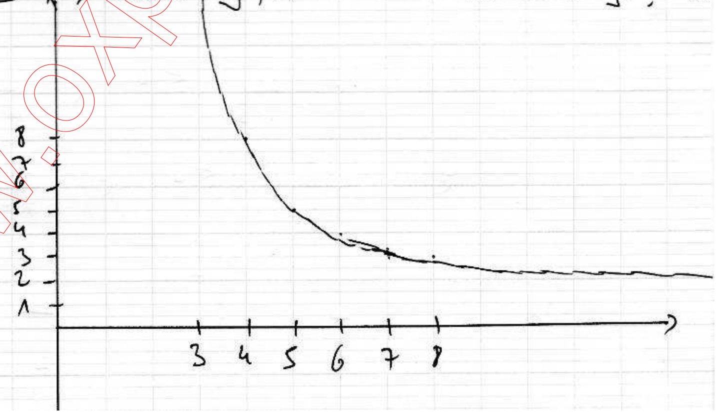
$$\iff h = \frac{2(x-3)}{(x-3)} + \frac{6}{x-3} = 2 + \frac{6}{x-3} = f(x) \quad \text{cqfd.}$$

3) La fonction $f(x)$ est définie sur $]3;+\infty[$.
La fonction $\frac{1}{x-3}$ est décroissante sur $]3;+\infty[$, donc la fonction $\frac{6}{x-3}$ l'est également, donc la fonction $2+\frac{6}{x-3}$ est décroissante sur $]3;+\infty[$, donc $f(x)$ est décroissante sur $]3;+\infty[$.

$\lim_{3} f(x) = +\infty$

$f(4) = 8$; $f(5) = 5$

$f(6) = 4$; $f(7) = 3{,}5$



4) $4 \leq h \leq 6 \quad (0)$

$\Leftrightarrow 4 \leq f(x) \leq 6$

$\Leftrightarrow 4 \leq 2 + \dfrac{6}{x-3} \leq 6$

$\Leftrightarrow 4 \leq 2 + \dfrac{6}{x-3} \quad (1) \quad$ et $\quad 2 + \dfrac{6}{x-3} \leq 6 \quad (2)$

$(1) \Leftrightarrow \dfrac{6}{x-3} \geq 2 \Leftrightarrow \dfrac{6}{x-3} - 2 \geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{6}{x-3} - \dfrac{2(x-3)}{x-3} \geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{12-2x}{x-3} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2(6-x)}{x-3} \geq 0$

x	3		6		$+\infty$
$6-x$	‖	$+$	0	$-$	
$x-3$	‖	$+$		$+$	
$\left(\dfrac{6-x}{x-3}\right)$	‖	$+$		$-$	

(1) a pour solutions $S_1 =]3;6]$

$(2) \Leftrightarrow 2 + \dfrac{6}{x-3} \leq 6 \Leftrightarrow \dfrac{6}{x-3} - 4 \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{6-4x+12}{x-3} \leq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{18-4x}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{9-2x}{x-3} \leq 0$

x	3		$9/2$		$+\infty$
$9-2x$	‖	$+$	0	$-$	
$x-3$	‖	$+$		$+$	
$\dfrac{9-2x}{x-3}$	‖	$+$		$-$	

Donc (2) a pour solutions $S_2 = [9/2 ; +\infty[$.

Donc les solutions de (0) est $S = S_1 \cap S_2 =]3;6] \cap [9/2 ; +\infty[$

Donc $S = [9/2 \,;\, 6]$ Donc $9/2 \leq x \leq 6$

Exercice 3

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

1) Programme de Calcul.

Entrer l

Calculer $a = 2\pi \times \frac{1}{\sqrt{g}} \times l$

Sortie $T = a$

2) $f(x) = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}}$ est défini sur $[0, +\infty[$.

$f(x) = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \times \sqrt{x}$.

La fonction $\sqrt{x}$ est croissante sur $\mathbb{R}^+$, donc la fonction $\frac{2\pi}{\sqrt{g}} \times \sqrt{x}$ l'est également car $\frac{2\pi}{\sqrt{g}} > 0$

Donc $f(x)$ est croissante sur $[0 ; +\infty[$.

3) $f(x) = 5 \Leftrightarrow 5 = 2\pi \times \sqrt{\frac{x}{g}} \Rightarrow 25 = 4\pi^2 \times \frac{x}{g}$

$\Leftrightarrow x = \frac{25 \times g}{4\pi^2} = \frac{25 \times 9,81}{4 \times \pi^2} = 6,212 \text{ m} = 6212 \text{ mm}$

4) $T = 2\pi \times \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \times \sqrt{\frac{67}{9,81}} = 16,42$ ~~ms~~ s