①

$\vec{AI} = 2\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} + 0\,\vec{AE}$

Donc I a pour coordonnées $(2\,;\,1/2\,;\,0)$

$\vec{AJ} = \vec{AE} + \vec{EJ} = \vec{AE} + \frac{1}{2}\vec{EF} + \frac{3}{4}\vec{AD} = \vec{AE} + \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AD} + \vec{AE}$

Donc J a pour coordonnées $(1/2\,;\,3/4\,;\,1)$

b) $\vec{AM} = \vec{AI} + \vec{IM}$

on sait que $\vec{IM}$ est colinéaire à $\vec{IJ}$ et que M est dans le plan (ADE) donc la coordonnée de M dans $\vec{AB}$ est 0.

Soit M le point de coordonnées $\begin{pmatrix} 0 \\ x \\ y \end{pmatrix}$

$\vec{IM}$ est colinéaire à $\vec{IJ}$, donc $\exists k$ $\vec{IM} = k\,\vec{IJ}$

$\vec{IM}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 0-2 \\ x-1/2 \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{IJ}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -3/2 \\ 1/4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Donc $\vec{IM} = k\,\vec{IJ} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -3/2 \times k \\ (x-1/2) = 1/4 \times k \\ y = 1 \times k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4/3 \\ \\ \end{cases}$

Donc $\vec{IM} = \frac{4}{3}\vec{IJ}$

Donc $\vec{AM} = \vec{AI} + \frac{4}{3}\vec{IJ} = (2\,;\,1/2\,;\,0) + (-2\,;\,1/3\,;\,4/3)$

$= (0\,;\,5/6\,;\,4/3)$

Donc $\boxed{\vec{AM} = 5/6\,\vec{AD} + 4/3\,\vec{AE}}$

Même raisonnement pour $\vec{BN}$.

$\vec{BN} = \vec{BI} + \vec{IN}$

on sait que $\vec{IN}$ est colinéaire à $\vec{IJ}$ et que N est dans le plan (BCF) donc la coordonnée de N dans $\vec{AB}$ est 1.

Soit N le point de coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix}$

$\vec{IN}$ est colinéaire à $\vec{IJ}$, donc $\exists k'$ $\vec{IN} = k'\,\vec{IJ}$

$\vec{IN}\begin{pmatrix} 1-2 \\ x-1/2 \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{IJ}\begin{pmatrix} -3/2 \\ 1/4 \\ 1 \end{pmatrix}$

②

$$\vec{IN} = k'\vec{IJ} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -3/2\, k' \\ x - 1/2 = 1/4 + k' \\ y = k' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k' = 2/3 \end{cases}$$

Donc $\vec{IN} = \frac{2}{3}\vec{IJ}$

Donc $\vec{BN} = \vec{BI} + \frac{2}{3}\vec{IJ} = \vec{BA} + \vec{AI} + \frac{2}{3}\vec{IJ}$

$= (-1\,;0\,;0) + (2\,;1/2\,;0) + (-1\,;1/6\,;2/3)$

Donc $\vec{BN}\,(0\,;2/3\,;2/3)$

Donc $\boxed{\vec{BN} = \frac{2}{3}\vec{AD} + \frac{2}{3}\vec{AE}}$