Exercice 2

Sphère de centre $A(2\,;-3\,;1)$ et de rayon 2.

$(P) : 3x-6y+2z=0$

① $d(A,P) = \dfrac{|3\times2-6\times(-3)+(2\times1)|}{\sqrt{3^2+6^2+2^2}} = \dfrac{26}{\sqrt{49}} = \dfrac{26}{7}$

La distance entre A et le plan P est supérieure au rayon de la sphère qui est de 2, donc la sphère et le plan n'ont pas de points communs.

② La distance la plus courte entre la sphère et le plan est celle entre le point A et le plan écourtée du rayon de la sphère

$d(B,P) = d(A,P) - R = \dfrac{26}{7} - 2 = \dfrac{26-14}{7} = \dfrac{12}{7}$

③ le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-6\\2\end{pmatrix}$ est orthogonal au plan (P).

$\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2+6^2+2^2} = \sqrt{49} = 7.$

Pour que $\vec{n}$ ait une norme $=2$, on prend $\vec{n} = \dfrac{2}{7}\vec{u} = \begin{pmatrix}6/7\\-12/7\\4/7\end{pmatrix}$

$\vec{n'} = -\vec{n} = \begin{pmatrix}-6/7\\+12/7\\-4/7\end{pmatrix}$

④ $\vec{AB} = \vec{n'} \iff \vec{OB} = \vec{OA} + \vec{n'} \iff \vec{OB} = \begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-6/7\\12/7\\-4/7\end{pmatrix}$

Donc $B\begin{pmatrix}8/7\\-9/7\\3/7\end{pmatrix}$