1) $u_0 = \frac{3}{2}$ ; $u_1 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$

$u_2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} + \frac{1}{2} = \frac{9}{8}$ ; $u_3 = \frac{1}{2} \times \frac{9}{8} + \frac{1}{2} = \frac{17}{16}$ ; $u_4 = \frac{1}{2} \times \frac{17}{16} + \frac{1}{2}$

$u_4 = \frac{33}{32}$ ; $u_5 = \frac{1}{2} \times \frac{33}{32} + \frac{1}{2} = \frac{65}{64}$.

2) On pose $v_n = u_n - 1$

$u(n+1) = \frac{1}{2} u(n) + \frac{1}{2} \Leftrightarrow v_{n+1} + 1 = \frac{1}{2}(v_n + 1) + \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow v_{n+1} + 1 = \frac{1}{2} v_n + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \underline{\underline{v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n}}$

Donc $v_n$ est une suite geometrique de premier terme $v_0 = \frac{3}{2} - 1 = 1/2$ et de raison $(1/2)$.

Donc $v_n = \frac{1}{2} \times (1/2)^n = (1/2)^{n+1}$

3) $v_n = u_n - 1 \Leftrightarrow u_n = v_n + 1 = 1 + (1/2)^{n+1}$

Donc $\underline{\underline{u_n = 1 + (1/2)^n}}$

4) $\lim\limits_{+\infty} u_n = \lim\limits_{+\infty} 1 + (1/2)^n = \underline{\underline{1}}$

Donc la suite $u_n$ converge..