$m \geq 2$ et $p \geq 2$

$f = p^m + 1$

$\exists k, q \in \mathbb{Z}$, $m = k(2q+1) \Rightarrow f = p^{k(2q+1)} + 1$

$\Rightarrow$ on pose $a = p^k$, donc $f = a^{(2q+1)} + 1 \Rightarrow f = a^{(2q+1)} + 1^{(2q+1)}$

D'après le 1)

$$f = a^{(2q+1)} + 1^{(2q+1)} = (a+1) \times \sum_{0}^{2q} (-1)^k a^k + 1^{2q-k}$$

$$= (a+1) \times \sum_{0}^{2q} (-1)^k (a)^k$$

$a + 1 = p^k + 1 > 1$ et $\sum_{0}^{2q} (-1)^k (a)^k > 1$ aussi

Donc cqfd