QCM 2 Mathématiques S

1) $\lim\limits_{\pi/2^-} tg(x) = +\infty$, donc $\lim\limits_{\pi/4^-} tg(2x) = +\infty$

$\lim\limits_{\pi/4^-} \dfrac{2\tan(x)}{1-\tan^2(x)} = +\infty$, $\lim\limits_{\pi/4^-} \dfrac{2\tan(x)}{1+\tan^2(x)} = 1$, $\lim\limits_{\pi/4^-} \dfrac{2\tan(x)}{\tan^2(x)-1} = -\infty$

Donc a)

2) $f(x) = 6x^3+7x^2$ $\quad f(-1) = -6+7 = 1$

Donc a)

3) $z = -4+4i = 4\sqrt{2}(-1/\sqrt{2} + i/\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}\left(\cos(-5\pi/4) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{4}\right)\right)$
$= 4\sqrt{2}\, e^{-5i\pi/4}$ Donc c)

4) Réponse b)

5) $\int_0^{\pi/6} \sin^2 x \cos x \, dx = \dfrac{1}{3}\left[\sin^3 x\right]_0^{\pi/6} = \dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{24}$

Donc ?? (Erreur Enoncé je pense).

6) $u_{n+1} = u_n + 2n+1$
$u_{n+1} = u_{n-1} + 2(n-1)+1 + 2n+1 = u_0 + \sum_0^n (2k+1) = u_0 + \cancel{16x}\, n+1 + 2\left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)$
Donc $u_{100} = 0+100+\dfrac{99\times100\times2}{2} = 100+9900 = 10000$ Donc a)

7) $\sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow (\sin x - 1)(\sin x + 3) = 0 \Leftrightarrow \sin x - 1 = 0$
$\sin x = 1$, donc $x = \pi/2$ donc b)

8) La probabilité d'obtenir 1 est $(1/3\times1) + (1/3\times1/2) + (1/3\times1/3) = \dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{9} = \dfrac{11}{18}$

Donc a)

9) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} = \dfrac{\sqrt{2}-1}{1} + \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1} + \dfrac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{1} + \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{1} = \sqrt{5}$ b)

10) La Fabrication de 100 écrans coûte $1000\times100 = 100000$ € La Fabrication coûte + ~~20~~ 20 à l'unité, soit $20\times100 = 2000$ en plus, donc La Fabrication coûte $100000 + 2000 = 102000$, soit 1020 par écran.

Donc réponse c)

11) $f(x) = x+1 - 5/(x+2) \Leftrightarrow f'(x) = 1+\dfrac{5}{(x+2)^2} = \dfrac{(x+2)^2+5}{(x+2)^2} = \dfrac{x^2+4x+4+5}{x^2+4x+4}$
$f'(x) = \dfrac{x^2+4x+9}{x^2+4x+4}$

b)

12) $z = \sqrt{3}+\sqrt{3}+i\sqrt{3}-\sqrt{3} = \sqrt{3}+i\sqrt{3} = \sqrt{3}(1+i)$ (Erreur Enoncé).
$z^2 = 3+2i = 6i$??

13) $f(x)=e^{x^2}-4x^2$ c

$f'(x)=2xe^{x^2}-8x=2x(e^{x^2}-4)$; $f'(x)\geq 0$

$e^{x^2}-4\geq 0 \Leftrightarrow e^{x^2}\geq 4 \Leftrightarrow x^2\geq \ln(4) \Leftrightarrow x\geq\sqrt{\ln(4)}$ ou $x\leq-\sqrt{\ln(4)}$.

x	$-\infty$		$-\sqrt{\ln(4)}$		0		$\sqrt{\ln(4)}$		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$e^{x^2}-4$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$		$+$	

Donc réponse c)

14) $f(x)=\ln\left(\frac{x^2+2x-3}{x}\right)$ $x\neq 0$ et $\frac{x^2+2x-3}{x}>0 \Leftrightarrow \frac{(x+3)(x-1)}{x}>0$

x	$-\infty$		-3		0		1		$+\infty$
x		$-$		$-$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$		$+$	
$x+3$		$-$		$+$		$+$		$+$	
$\frac{(x+3)(x-1)}{x}$		$-$		$+$		$-$		$+$	

Donc réponse c)

15) $\lim\limits_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{+\infty}\frac{x}{\sqrt{x^2+4x+5}}=1$; $\lim\limits_{+\infty}f(x)-x=\lim\limits_{+\infty}\frac{x^2}{\sqrt{x^2+4x+5}}-x$

$=\lim\limits_{+\infty}\frac{x^2-x\sqrt{x^2+4x+5}}{\sqrt{x^2+4x+5}}=\lim\limits_{+\infty}\frac{(x^2-x\sqrt{x^2+4x+5})(x^2+x\sqrt{x^2+4x+5})}{\sqrt{x^2+4x+5}\times(x^2+x\sqrt{x^2+4x+5})}=$

$=\lim\limits_{+\infty}\frac{x^4-x^2(x^2+4x+5)}{\sqrt{x^2+4x+5}\times(x^2+x\sqrt{x^2+4x+5})}=\lim\limits_{+\infty}\frac{-4x^3-5x^2}{(\sqrt{x^2+4x+5})(x^2+x\sqrt{x^2+4x+5})}=-2$

Donc Asymptote $y=x-2$ Donc b)

16) $a+b+c=27$ et $a+2c=25$ $\Leftrightarrow \{ a=25-2c$ et $25-2c+b+c=27$

Donc $25-c+b=27 \Leftrightarrow c=b-2$, donc $b=a-2$, donc $a+a-2+a-4=27$

Donc $a=11$, donc $b=9$, donc $c=7$ donc $d=5$

c)

17) $p(X>3)=p(X=4)+p(X=5)=\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}\neq 5/32$

$p(X<3)=p(X=1)+p(X=2)=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=3/4\neq 25/32$

Donc c)

18) $Z=|z|^2+2\bar{z}$

$z=x+iy \Leftrightarrow Z=x^2+y^2+2(x-iy)=x^2+y^2+2x-2iy$

$Z\in$ Imaginaire $\Leftrightarrow x^2+y^2+2x=0$ et $y\neq 0$ $\Leftrightarrow (x+1)^2+y^2=1$ et $y\neq 0$

Donc a)

19) $\int_0^2 \frac{4}{(x-1)}\,dx = \int_0^2 \frac{4}{(x-1)}\,dx = 4\left[\ln|x-1|\right]_0^2$ (3)

$= 4\ln(1) - 4\ln 1 = 0$ c)

20) $\int_{1/2}^{e/2} \frac{\ln(2x)}{x^2}\,dx = \int_{1/2}^{e/2} x^{-2} + \ln(2x)\,dx = \left[-1/x\,\ln(2x)\right]_{1/2}^{e/2} + \int_{1/2}^{e/2} \frac{1}{x^2}\,dx$

$= \left[-\frac{\ln(2x)}{x}\right]_{1/2}^{e/2} - \left[1/x\right]_{1/2}^{e/2} = \frac{-2}{e} - \frac{2}{e} + 2 = 2 - \frac{4}{e}$

$= \frac{2e-4}{e}$

a)

21) $\lim_{1^+} \frac{x-1}{2x^2+3x-5} = \lim_{1^+} \frac{x-1}{(x-1)(2x+5)} = \lim_{1^+} \frac{1}{2x+5} = 1/7$ c)

22) $z' = -3e^{i\pi}z - 2 + i = 3z - 2\cancel{4} + i$, donc f est une homothétie de rapport 3. c)

23) $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$

$f'(x) = \frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}} + \left(1 + \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}\right) = \frac{\sqrt{1+x^2} + x}{\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\left(\sqrt{1+x^2}\right)}$

$= \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ donc c)

24) $\lim_{+\infty} \left(x - \ln(e^{2x}+1)\right) = \lim_{+\infty} x - \ln(e^{2x}) = \lim_{+\infty} x - 2x = \lim_{+\infty} -x = \underline{\underline{-\infty}}$

b)

25) $\lim_0 \frac{\sin(5x)}{\tan(x)} = \lim_0 \frac{\sin(5x)}{\sin(x)} + \cos x = \lim_0 \frac{\sin(5x)}{5x} + \frac{5x}{\sin(x)} + \cos x$

$= \lim_0 \frac{\sin(5x)}{5x} + \lim_0 \frac{5x}{\sin(x)} + \lim_0 \cos x$

$= 1 + 5 + 1 = \underline{\underline{5}}$

a)