Exercice 1

1) (AC) et (AD) sont deux droites sécantes en A. E et C sont deux points distincts de A, de la même façon F et D sont deux points distincts de A.

On a : $AM/AB = AN/AC = 1/4$ et les points A, E C sont dans le même ordre que A, F et D. Donc D'après la réciproque du Théorème de Thalès (EF) et (CD) sont parallèles.

D'autre part, en partant du triangle BDC, on démontre de la même façon que (CD) et (GH) sont parallèles.

On en déduit que $(EF) \parallel (GH)$

2) le quadrilatère EFHG

Dans le triangle ADC, $\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AC} = \frac{FE}{DC}$ et $FE = \frac{DC \times 1/4\ AD}{AD}$

$FE = 1/4\ DC$

Dans le triangle DBC

$\frac{BG}{BC} = \frac{BH}{BD} = \frac{HG}{DC}$ et $HG = \frac{DC \times 2/3\ BC}{BC} = \frac{2}{3} DC$

On voit donc que les longueurs FE et HG ne sont pas égales, mais les segments [EF] et [GH] sont $\parallel$. On en déduit que le quadrilatère EFHG est un Trapèze et que donc (HF) et (GE) sont sécantes.

3) Par la contraposée du Théorème de Thalès dans le triangle CBA, (GE) et (BA) ne sont pas parallèles.

Par ailleurs, par la contraposée du Théorème de Thalès dans le triangle DBA, (HF) et (BA) ne sont pas parallèles

Donc (AB) et (GE) se coupent en 1 point

(AB) coupe le plan (GHFE) en un point

(AB) et (HF) se coupent également en un point

Et ce point est forcément le même c'est-à-dire I, ce qui signifie

que $I \in (AB)$

4) EFMG est un parallélogramme si $EF = HG$

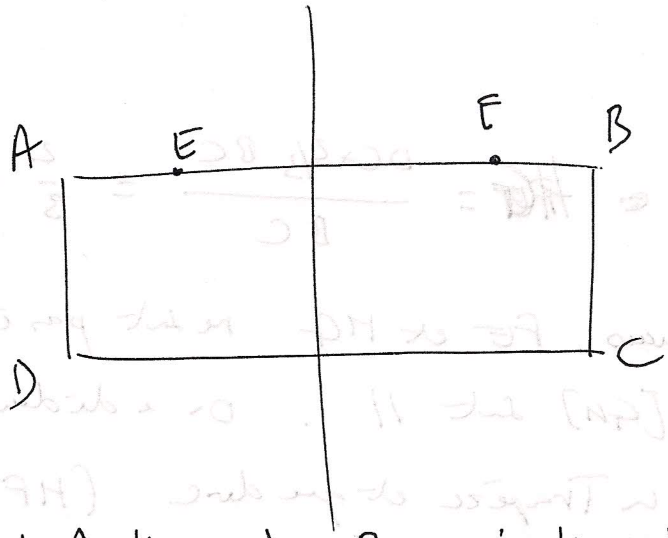
or, $EF = \frac{1}{4} \times CD$

Donc il faut placer G et H tels que $GH = \frac{1}{4}CD$ (par Thalès)

Et en utilisant la réciproque du Théorème de Thalès, on montrera que

$(GE) \parallel (BA)$ et $(HF) \parallel (BA)$, donc $(BA) \parallel$ plan $(GHFE)$.

Exercice 2



1) le symétrique de A // Δ est B. D'autre part la distance de [AE] est égale à [FB], donc le segment [BF] est le symétrique du segment [AE] par rapport à Δ. Donc le symétrique de E / Δ = F