

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

1) La fonction f est définie si $e^x - e^{-x} \neq 0$

$$\Leftrightarrow e^x \neq e^{-x} \quad \text{donc} \quad x \neq 0$$

$$\text{Donc} \quad D_f = \mathbb{R}^* =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x (1 + e^{-2x})}{e^x (1 - e^{-2x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + e^{-2x}}{1 - e^{-2x}} = \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$

Donc C_f admet une asymptote horizontale $y = 1$ en $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} (e^{2x} + 1)}{e^{-x} (e^{2x} - 1)} = \underline{\underline{-1}}$$

Donc C_f admet une asymptote horizontale $y = -1$ en $-\infty$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \pm \infty$, donc C_f admet une asymptote verticale
d'équation $x = 0$

Donc C_f admet donc 2 asymptotes horizontales et 1 asymptote verticale.

cyg