

# Exercice 1

①

$$U_{n-1} = 2U_n - 8$$

$$U_1 = 5$$

$$U_n = \frac{U_{n-1} + 8}{2}$$

~~ABC~~

$$1) U_2 = \frac{U_1 + 8}{2} = \frac{5 + 8}{2} = \frac{13}{2}$$

$$U_3 = \frac{U_2 + 8}{2} = \frac{13/2 + 8}{2} = \frac{13 + 16}{4} = \frac{29}{4}$$

$$U_4 = \frac{U_3 + 8}{2} = \frac{29/4 + 8}{2} = \frac{29 + 32}{8} = \frac{61}{8}$$

$$U_5 = \frac{U_4 + 8}{2} = \frac{61/8 + 8}{2} = \frac{61 + 64}{16} = \frac{125}{16}$$

$$U_6 = \frac{U_5 + 8}{2} = \frac{125/16 + 8}{2} = \frac{125 + 128}{32} = \frac{253}{32}$$

$$2) U_2 - U_1 = \frac{13}{2} - 5 = \frac{13 - 10}{2} = \frac{3}{2}$$

$$U_3 - U_2 = \frac{29}{4} - \frac{13}{2} = \frac{29 - 26}{4} = \frac{3}{4}$$

on voit que  $U_n - U_{n-1}$  n'est pas constant, donc  $U_n$  n'est pas une suite arithmétique.

$$3) \frac{U_2}{U_1} = \frac{13/2}{5} = \frac{13}{10}$$

$$\frac{U_3}{U_2} = \frac{29/4}{13/2} = \frac{29}{26} \neq \frac{U_2}{U_1}$$

$\frac{U_n}{U_{n-1}}$  n'est pas constant, donc  $U_n$  n'est pas une suite géométrique.

$$V_n = U_n - 8$$

$$U_n = \frac{U_{n-1} + 8}{2}$$

$$1) V_2 = U_2 - 8 = \frac{13}{2} - 8 = \frac{13-16}{2} = \frac{-3}{2}$$

$$V_3 = U_3 - 8 = \frac{29}{4} - 8 = \frac{29-32}{4} = \frac{-3}{4}$$

$$V_4 = U_4 - 8 = \frac{61}{8} - 8 = \frac{61-64}{8} = \frac{-3}{8}$$

$$V_5 = U_5 - 8 = \frac{125}{16} - 8 = \frac{125-128}{16} = \frac{-3}{16}$$

$$V_6 = U_6 - 8 = \frac{253}{32} - 8 = \frac{253-256}{32} = \frac{-3}{32}$$

2)  $V_3 - V_2 \neq V_4 - V_3$  donc  $V_n$  n'est pas une suite arithmétique.

3)  $V_n = U_n - 8$ , donc  $U_n = V_n + 8$

$$\text{Donc } V_{n+1} + 8 = \frac{V_n + 8 + 8}{2} \Leftrightarrow V_{n+1} + 8 = \frac{1}{2} V_n + 8$$

$$\Leftrightarrow \boxed{V_n = \frac{1}{2} V_{n-1}}$$

Donc  $V_n$  est une suite géométrique

de raison  $1/2$ .

$$V_n = V_1 \times (1/2)^{n-1} = -3 \times (1/2)^{n-1}$$

$$4) V_{100} = -3 \times (1/2)^{99} = \frac{-3}{2^{99}}$$

$$\text{Donc } U_{100} = V_{100} + 8 = \frac{-3}{2^{99}} + 8$$