Exercice 1

1) $y = 2x^2-4x-6 = 2(x^2-2x-3) = 2(x^2-2x+1 \quad -1-3)$

$\Leftrightarrow \quad y = 2((x-1)^2-4)$

Donc les coordonnées du sommet sont $(1;-8)$

l'intersection de la Parabole avec l'axe des abscisses est telle que

$\begin{cases} y = 2x^2-4x-6 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ 2x^2-4x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ x^2-2x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=3 \text{ ou } x=-1 \end{cases}$

Donc les points $\in P \cap (Ox)$ sont $A(3;0)$ et $B(-1;0)$

l'intersection de la Parabole avec l'axe des ordonnées est telle que.

$\begin{cases} y = 2x^2-4x-6 \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-6 \end{cases}$

Donc le point $\in P \cap (Oy)$ est $C(0;-6)$.

2) $y = \alpha(x-a)^2+\beta$

le sommet a pour abscisse 1, donc $a=1$, donc $y = \alpha(x-1)^2+\beta$

le sommet a pour sommet 3, donc $\beta = 3 \Rightarrow y = \alpha(x-1)^2+3$

$A(2,5) \in (P) \Leftrightarrow 5 = \alpha(2-1)^2+3 \Leftrightarrow 5 = \alpha+3 \Leftrightarrow \alpha = 2$

Donc $y = 2(x-1)^2+3 = 2x^2-4x+2+3 = \underline{\underline{2x^2-4x+5}}$

3) $y = ax^2+bx+c \quad (P)$

$A \in (P) \Leftrightarrow 0 = 4a-2b+c$

$B \in (P) \Leftrightarrow 0 = 9a+3b+c \quad \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b-4a \\ 9a+3b+2b-4a=0 \\ -12 = a+b+2b-4a \end{cases}$

$C \in (P) \Leftrightarrow -12 = a+b+c$

$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b-4a \\ b=-a \\ -12 = -a+a-2a-4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-2 \\ c=-12 \end{cases} \Leftrightarrow (P)\ \underline{\underline{y = 2x^2-2x-12}}$

4) $y = ax^2+bx+c$

$A \in (P) \Leftrightarrow 6 = a+b+c$

$B \in (P) \Leftrightarrow 2 = a-b+c$

$C \in (P) \Leftrightarrow 9 = 4a+2b+c$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 = a+b+c \\ 2 = a-b+c \\ c = 9-4a-2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = a+b+9-4a-2b \\ 2 = a-b+9-4a-2b \\ c = 9-4a-2b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 9-3a-b \\ 2 = 9-3a-3b \\ c = 9-4a-2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-9+b = 2-9+3b \\ 2 = 9-3a-3b \\ c = 9-4a-2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 1/3 \\ c = 9-4/3-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1/3 \\ b = 2 \\ c = \frac{11}{3} \end{cases}$$

Donc $y = 1/3\, x^2 + 2x + 11/3$

Exercice 2

$-3x^2+6x-4m=0$

1) Il faut que le discriminant du polynôme soit égal à 0

$\Delta = 6^2 - 4\times(-4m)\times(-3) = 36-48m$

$\Delta = 0 \Leftrightarrow 36-48m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{36}{48} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \boxed{\frac{3}{4}}$

si $\Delta = 0 \Rightarrow$ la solution unique est $\frac{-6}{-6} = 1$

2) si $m > 3/4$, alors $\Delta < 0$, Il n'y a donc pas de solution

si $m < 3/4$, alors $\Delta > 0$, Il y a 2 solutions $\frac{-6+\sqrt{36-48m}}{-6}$ et $\frac{-6-\sqrt{36-48m}}{-6}$

si $m = 3/4$, alors $\Delta = 0$ et la seule solution est 1.

Exercice 3

$x^4 - x^2 - 6 = 0$

on pose $X = x^2$, on a alors $X^2 - X - 6 = 0$

on calcule le discriminant $\Delta = 25 > 0$ donc $X = \frac{1+5}{2} = 3$ ou $X = \frac{1-5}{2} = -1$

$\Rightarrow x^2 = 3$ ou $x^2 = -1$

un carré ne peut pas être négatif, donc on a seulement $x^2 = 3$