on cherche des solutions sous la forme $f(x) = e^{r_1 x}$, on calcule donc le discriminant de chaque equation.

a) $y'' - 3y' + 2y = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 = 1$

Donc $r = \frac{3+1}{2} = 2$ ou $r = \frac{3-1}{2} = 1$

Donc la solution y est $y = a e^{x} + b e^{2x}$

on sait que $y(0) = 1 \Leftrightarrow 1 = a + b$

$y(1) = 0 \Leftrightarrow 0 = ae + be^2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=1 \\ a = -be \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b(1-e) = 1 \\ a = -be \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{1-e} = -\frac{1}{e-1} \\ a = \frac{e}{e-1} = \frac{e}{e-1} \end{cases}$

Donc $\boxed{y = \frac{e}{e-1} e^{x} - \frac{e^{2x}}{e-1}}$

b) $y'' + 2y' + y = 0$ $\quad \Delta = 0 \quad$ donc $r = -1$

Donc la solution est de la forme $y = (ax+b)e^{-x}$

$y(0) = 1 \Leftrightarrow b = 1$

$y(1) = 0 \Leftrightarrow a + b = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = -1. \end{cases}$

Donc $y = (1-x)e^{-x}$

c) $y'' + y' + y = 0$ $\quad \Delta = -3 < 0$

$r = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ ou $r = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$

$f(x) = e^{-x}\left(A\cos(x\sqrt{3}) + B\sin(x\sqrt{3})\right)$

$y(0) = 1 \Rightarrow A = 1$

$y(1) = 0 \Rightarrow A\cos(\sqrt{3}) + B\sin(\sqrt{3}) = 0$ $\quad$ e $\quad A = 1$, $B = -\frac{\cos(\sqrt{3})}{\sin(\sqrt{3})}$

Donc $y = e^{-x}\left(\cos(x\sqrt{3}) - \cotan(\sqrt{3})\sin(x\sqrt{3})\right).$