La Courbe representative d'une fonction f presente : ①

- un axe de symetrie d'équation $x = a$ ssi $f(a-x) = f(a+x)$
- un centre de symetrie $I(a, b)$ ssi $\begin{cases} f(a-x) = -f(a+x) + 2b \\ 2b = f(a-x) + f(a+x) \end{cases}$

1) Trouvons a tel que $f_1(a-x) = f_1(a+x)$ (1)

$f_1(x) = x^2 - 2x$

(1) $\Leftrightarrow (a-x)^2 - 2(a-x) = (a+x)^2 - 2(a+x) \Leftrightarrow \cancel{a^2} + \cancel{x^2} - 2ax - 2a + 2x$
$= \cancel{a^2} + \cancel{x^2} + 2ax - 2a - 2x \Leftrightarrow x(-4a+4) = 0 \Leftrightarrow a = 1$

Donc la droite $x = 1$ est un axe de symetrie de Cf_1.

cherchons a tel que $f_1(a-x) = -f_1(a+x)$ (2)

(2) $\Leftrightarrow (a-x)^2 - 2(a-x) = -(a+x)^2 + 2(a+x) \Leftrightarrow a^2 + x^2 - \cancel{2ax} - 2a + \cancel{2x} =$
$-a^2 - x^2 - \cancel{2ax} + 2a + \cancel{2x} \Leftrightarrow 2a^2 + 4a + 2x^2 = 0$ (cette proposition n'est pas vrai pour tout x) $\Rightarrow$ Pas de centre de symetrie.

②

2) $f_2(x) = \dfrac{1}{x-2}$ cherchons a tel que $f_2(a-x) = f_2(a+x)$ (1)

(1) $\Leftrightarrow \dfrac{1}{a-x-2} = \dfrac{1}{a+x-2} \Leftrightarrow a+x-2 = a-x-2$
$\Leftrightarrow x = 0$

Donc pas d'axe de symetrie.

Cherchons a et b tels que $\forall x \in D_f$, $f_2(a-x) + f_2(a+x) = 2b$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{a-x-2} + \dfrac{1}{a+x-2} = 2b \Leftrightarrow \dfrac{(a+x-2+a-x-2)}{(a-x-2)(a+x-2)} = 2b$

$\Leftrightarrow (2a-4) = \dfrac{2b}{(a-x-2)(a+x-2)} \Leftrightarrow b = 0$ et $a = 2$

Donc Cf_2 admet pour centre de symetrie le point $I(2;0)$