Exercice 39

1) $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ sont colinéaires si : $xy' - x'y = 0$

Soit M un point de coordonnées $(x;y)$ appartenant à la droite d.

si $M \in (d)$, alors le vecteur $\vec{AM}$ et le vecteur $\vec{u}$ sont colinéaires.

$\vec{AM}\,(x - x_0 \,;\, y - y_0)$ et $\vec{u}\,(\alpha;\beta)$

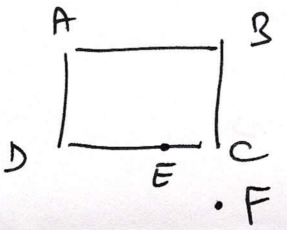
$\vec{AM}$ et $\vec{u}$ colinéaires $\Rightarrow (x - x_0)\times\beta - \alpha(y - y_0) = 0$

$\Leftrightarrow \beta x - \beta x_0 - \alpha y + \alpha y_0 = 0$

$\Leftrightarrow \beta x + (-\alpha) y + \alpha y_0 - \beta x_0 = 0$

$\boxed{\text{Donc l'équation cartésienne de la droite } d \text{ est bien de la forme } ax + by + c = 0 \text{ avec } a = \beta \quad b = -\alpha \quad \text{et } c = \alpha y_0 - \beta x_0.}$

2)



a) $\vec{AE} = \vec{AD} + \vec{DE} = \vec{DE} + \vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{DC} + \vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \vec{AD}$

Donc dans le repère $(A;\vec{AB};\vec{AD})$ les coordonnées de $\vec{AE}$ sont $\left(\frac{2}{3};1\right)$

La droite (AE) passe par le point $A(0;0)$ et a pour vecteur directeur $\vec{AE}$ $\left(\frac{2}{3};1\right)$

$M\binom{x}{y}$ tel que $\vec{AM}$ et $\vec{AE}$ soient colinéaires.

$\vec{AM} = (x - 0 \,;\, y - 0) = (x;y)$ et $\vec{AE} = \left(\frac{2}{3};1\right)$

Donc $x \times 1 - \frac{2}{3} y = 0$

$\Leftrightarrow x - \frac{2}{3} y = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y = 0$

b) $\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BF} = \vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AD}$.

Donc dans le repère $(A;\vec{AB};\vec{AD})$ les coordonnées de F sont $(1\,;\,3/2)$

Un point $P(x_P;y_P) \in (d) \Leftrightarrow 3x_P - 2y_P = 0$

$3\times 1 - 2\times(3/2) = 3 - 3 = 0$, donc le point $F(1\,;\,3/2) \in (d)$