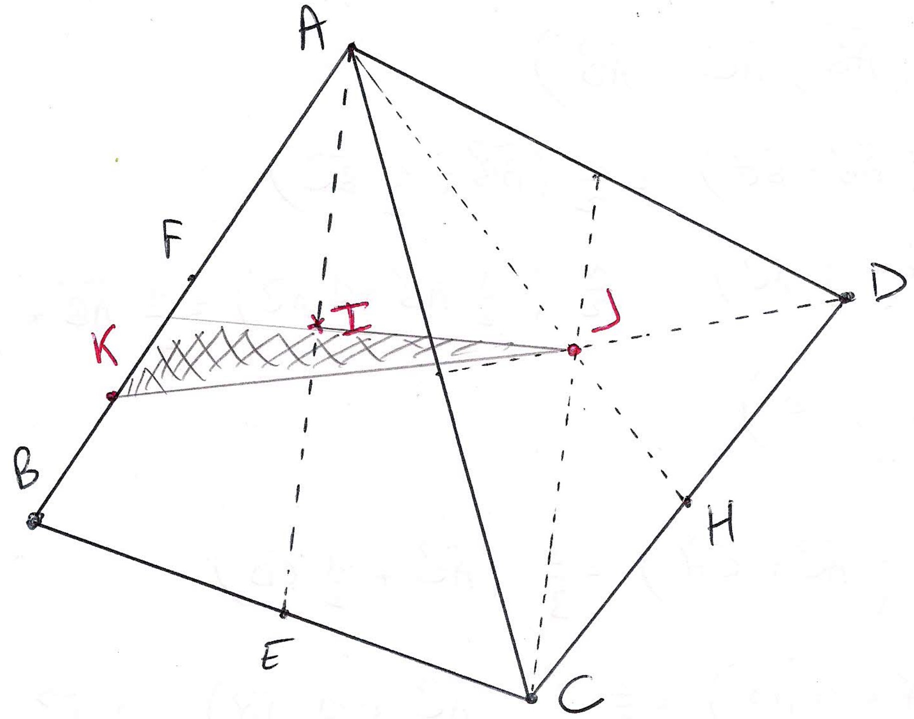
1) a)



b) Il faut d'abord trouver tous les milieux de toutes les arêtes. Pour ce faire, on utilise un compas afin de tracer la médiatrice de chaque arête. Ensuite, l'intersection des médiatrices avec les arêtes donne le milieu de chaque arête.
Une fois qu'on a les milieux des arêtes :

=> on a le milieu de BC, donc on peut tracer la médiane du triangle ABC, issue de A, ensuite avec le compas on trouve le milieu I de la médiane AE.

=> on a le milieu du segment AD, le milieu du segment DC et le milieu du segment AC. On peut donc tracer les 3 médianes du triangle ADC dont l'intersection donne J, le centre de gravité du ~~segment~~ triangle ADC

=> On connait F le milieu du segment AB

$\vec{KA} + 3\vec{KB} = \vec{0} \iff \vec{KA} = 3\vec{BK}$, ce qui signifie que K est le milieu du segment BF, donc avec le compas et en traçant la médiatrice du segment BF, on place le point K.

c) Voir dessin

2) a) Dans le repère $(A, \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$

$\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AE} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BE}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC})$

$\vec{AI} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AC}) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}) = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$

Donc $I(1/4\ ;\ 1/4\ ;\ 0)$

$\vec{AJ} = \frac{2}{3}\vec{AH} = \frac{2}{3}(\vec{AC} + \vec{CH}) = \frac{2}{3}(\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{CD})$

$\vec{AJ} = \frac{2}{3}(\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{AD}) = \frac{2}{3}(\frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AD}) = \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD}$

Donc $J(0\ ;\ 1/3\ ;\ 1/3)$

$-\vec{AK} = 3\vec{BK} = 3\vec{BA} + 3\vec{AK} \Leftrightarrow 4\vec{AK} = 3\vec{AB}$

$\Leftrightarrow \vec{AK} = \frac{3}{4}\vec{AB}$

Donc $K(3/4\ ;\ 0\ ;\ 0)$.

b) (AC), soit M le point de coordonnées $(x ; y ; z)$

$M \in (AC) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R},\ \vec{AM} = k\vec{AC}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-0 \\ y-0 \\ z-0 \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x = 0 \\ y = k \\ z = 0 \end{cases}}$

(BD)

$M \in (BD) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R},\ \vec{BM} = k\vec{BD} = k\vec{BA} + k\vec{AD} = -k\vec{AB} + k\vec{AD}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-1 \\ y-0 \\ z-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{pmatrix} \Leftrightarrow \boxed{\begin{matrix} x = 1-k \\ y = 0 \\ z = k \end{matrix}}$