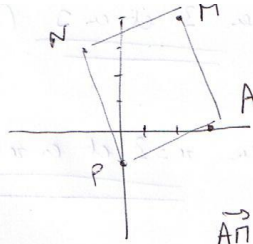


Exercice 2



$$1) \text{tg}(ANP) = (AN)^2 \quad \vec{AP} = \begin{bmatrix} x-3 \\ x^2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Donc } (AN)^2 = \left[\sqrt{(x-3)^2 + x^4} \right]^2 = (x-3)^2 + x^4$$

$$\text{Donc } \text{tg}(x) = (x-3)^2 + x^4 = x^4 + x^2 - 6x + 9$$

$$2) f(x) = x^4 + x^2 - 6x + 9$$

Calculons la dérivée de f pour déterminer les valeurs de f .

$$f'(x) = 4x^3 + 2x - 6$$

$$(x-1)(4x^2 + 4x + 6) = 4x^3 + 4x^2 + 6x - 4x^2 - 4x - 6 = 4x^3 + 2x - 6 = f'(x)$$

Le discriminant Δ du polynôme $4x^2 + 4x + 6$ est négatif, donc $4x^2 + 4x + 6 > 0$

$$\text{Donc } f'(x) \geq 0 \text{ si } x \geq 1 \text{ et } f'(x) \leq 0 \text{ si } x \leq 1$$

Donc $f(x)$ est minimale pour $x=1$

$$\text{Donc } \text{tg}(ANP) \text{ est minimal pour } x=1 \text{ et vaut } f(1) = 1 + 1 - 6 + 9 = \underline{\underline{5}}$$

Exercice 3 $f(x) = \frac{x^4 - 20x^3 + 126x^2 - 324x - 4}{4}$ sur $[0, 9]$

$$a) f'(x) = \frac{4x^3 - 60x^2 + 252x - 324}{4} = x^3 - 15x^2 + 63x - 81$$

$$f''(x) = 3x^2 - 30x + 63 = 3(x^2 - 10x + 21) = 3(x-7)(x-3)$$

x	0	3	7	9		
$f''(x)$		+	0	-	0	+
$f'(x)$			0		0	
			-81		-32	

On conclut que $\forall x \in [0, 9], f'(x) \leq 0$, donc f est décroissante sur $[0, 9]$.

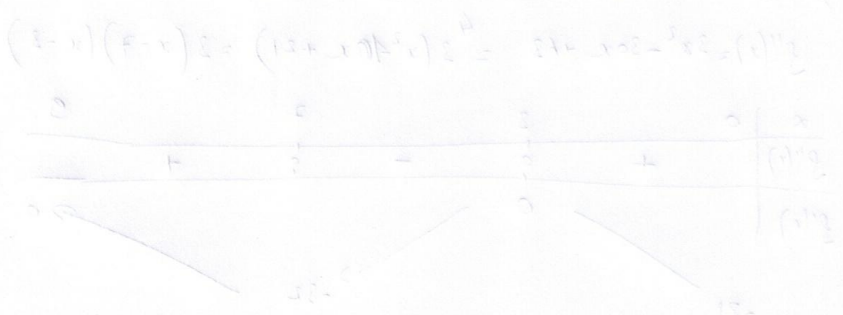
x	0	3	7	9	
$f'(x)$		-	0	-	0
$f(x)$					
	-1				-733/4

2) la fonction est une droite horizontale en 3 et en 9 (car en ces points, la dérivée f' s'annule).

1) on en déduit que $f(x)$ s'annule en $x=3$ et en $x=9$

$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x - 27$
 $f'(x) = 3x^2 - 24x + 36$
 $f''(x) = 6x - 24$
 $f'(3) = 3(9) - 24(3) + 36 = 27 - 72 + 36 = -9 \neq 0$
 $f'(9) = 3(81) - 24(9) + 36 = 243 - 216 + 36 = 63 \neq 0$
 $f''(3) = 6(3) - 24 = 18 - 24 = -6 < 0$
 $f''(9) = 6(9) - 24 = 54 - 24 = 30 > 0$

$f(3) = 27 - 108 + 108 - 27 = 0$
 $f(9) = 729 - 972 + 324 - 27 = 0$



La fonction f admet un minimum local en $x=6$ et des racines en $x=3$ et $x=9$.

