Exercice 1

1) $\alpha = -\frac{9\pi}{6} + 2\pi = \frac{-9\pi + 12\pi}{6} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \in [-\pi ; \pi]$ 1

2) $\beta = \frac{27\pi}{4} - 2\pi = \frac{27\pi}{4} - \frac{8\pi}{4} = \frac{19\pi}{4} \notin [-\pi ; \pi]$

$\gamma = \beta - 2\pi = \frac{19\pi}{4} - \frac{8\pi}{4} = \frac{11\pi}{4} \notin [-\pi ; \pi]$

$\delta = \gamma - 2\pi = \frac{11\pi}{4} - \frac{8\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \in [-\pi , \pi]$ 2

3) $\gamma = \frac{-127\pi}{3} = \frac{-126\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = -42\pi - \pi/3 \Rightarrow \delta = -\pi/3$ 3

Exercice 2

1) X suit une loi binomiale $B(5 ; p)$ avec $p = 1/4$. car chaque réponse est une épreuve de Bernoulli réitérée 5 fois.

2) Pour que le candidat obtienne la note maximale, il doit cocher la bonne réponse sur les 5 questions.

$p(X=5) = \binom{5}{5} \times p^5 \times q^{5-5} = 1 \times (1/4)^5 \times (3/4)^0 = \frac{1}{4^5} = \frac{1}{1024} \simeq 0{,}00098.$

3)

Valeurs x_i	0	1	2	3	4	5
	0,237	0,396	0,264	0,088	0,015	0

4) $p(X > \text{Moy}) = P(X=3) + p(X=4) + p(X=5) = 0{,}088 + 0{,}015 + 0 = 0{,}103$

5) $E(X) = n \times p = 5 \times 1/4 = 1{,}25$

Exercice 3

1) $\cos(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = \cos \pi/2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi/2 + 2k\pi & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ x = -\pi/2 + 2k'\pi & k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Dans $[0, 2\pi]$, $\boxed{x = \pi/2 \text{ ou } x = 3\pi/2}$

2) $\sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin(x) = \sin(-\pi/4) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\pi/4 + 2k\pi & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ x = \pi - (-\pi/4) + 2k'\pi & k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$x = -\pi/4 + 2k\pi$

ou

$x = 5\pi/4 + 2k'\pi$

, donc les solutions sont $\boxed{\dfrac{-\pi}{4} + 2k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \text{ et } \dfrac{5\pi}{4} + 2k'\pi \text{ avec } k' \in \mathbb{Z}}$

3) $\sin(2x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin(2x) = \sin(\pi/3)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \pi/3 + 2k\pi \\ \text{ou} \\ 2x = \pi - \pi/3 + 2k'\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi/6 + k\pi & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ x = \pi/3 + k'\pi & k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Donc sur $[-\pi ; \pi]$, les solutions sont : $\boxed{\dfrac{-5\pi}{6} ; \pi/6 ; \dfrac{-2\pi}{3} \text{ et } \pi/3}$

4) $\cos(\pi - x) = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(\pi - x) = \cos(\pi/3)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \pi - x = \pi/3 + 2k\pi \\ \text{ou} \\ \pi - x = -\pi/3 + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2\pi}{3} + 2k\pi & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ x = +\dfrac{4\pi}{3} + 2k'\pi & k' \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

Donc sur $[-\pi ; \pi]$, les solutions sont : $\dfrac{2\pi}{3}$ ~~et~~, $\dfrac{4\pi}{3}$ et $\dfrac{-2\pi}{3}$

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 9 + 4 \times (2) \times (+2) = 25$

Donc $\cos x = \dfrac{-3+5}{4}$ ou $\cos x = \dfrac{-3-5}{4}$

$\cos x = \dfrac{1}{2}$ ou $\cos x = -2 \Rightarrow \boxed{\cos x = 1/2}$ car $-1 \leq \cos x \leq 1$

$\Rightarrow \cos(x) = \cos(\pi/3) \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x = \pi/3 + 2k\pi & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ x = -\pi/3 + 2k'\pi & k' \in \mathbb{Z}. \end{cases}}$

1) A a pour coordonnées $(\cos(\pi/6) ; \sin(\pi/6)) = \underline{(\sqrt{3}/2 ; 1/2)}$

B milieu de $[IA]$, donc ses coordonnées sont : $\left(\dfrac{\sqrt{3}/2 + 1}{2} ; \dfrac{1/2 + 0}{2}\right) = \underline{\underline{\left(\dfrac{\sqrt{3}+2}{4} ; \dfrac{1}{4}\right)}}$

3

2) $OB = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}+2}{4}\right)^2 + \left(1/4\right)^2} = \frac{1}{4}\sqrt{3+4+4\sqrt{3}+1}$

$= \frac{1}{4}\sqrt{8+4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$

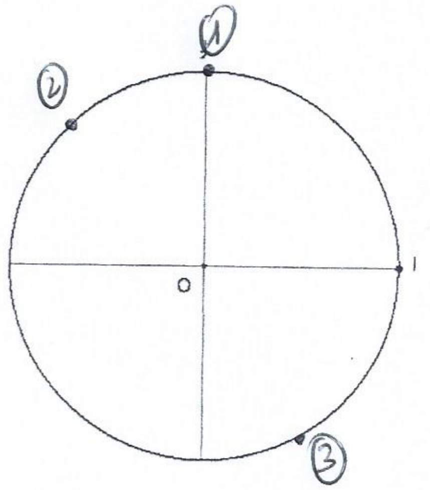
3) $(\vec{OI}, \vec{OB}) = \text{Arccos}\left(\frac{OB}{OI}\right) = \text{Arccos}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{12}$

4

Exercice 1

Déterminer la mesure principale des angles, puis les placer soigneusement sur le cercle trigonométrique ci-joint.

1. $\frac{-9\pi}{6}$
2. $\frac{27\pi}{4}$
3. $\frac{-127\pi}{3}$



Exercice 2

Un QCM (questionnaire à choix mutiples) est composé de cinq questions numérotées de 1 à 5. Pour chacune d'elles, quatre réponses sont proposées, dont une seule est exacte.

Un candidat répond à ce QCM, en cochant, au hasard et de façon indépendante, chacune des 5 questions. On décide de donner au candidat un point par réponse exacte. Soit X la variable aléatoire associant aux réponses du candidat la note obtenue sur 5.

1. Justifier que X suit une loi binomiale et en préciser les paramètres.
2. Quelle est la probabilité qu'un candidat obtienne la note maximale ?
3. Etablir la loi de probabilité de X en complétant le tableau ci-dessous en donnant les valeurs exactes, puis arrondies au millième :

valeurs x_i	0					

4. Quelle est la probabilité qu'un candidat obtienne plus de la moyenne ?
5. Quelle note le candidat peut-il espérer obtenir (c'est-à-dire quelle note moyenne obtiendrait-il s'il remplissait au hasard un très grand nombre de QCM) ?

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle indiqué

1. $\cos(x) = 0$ dans $[0; 2\pi]$