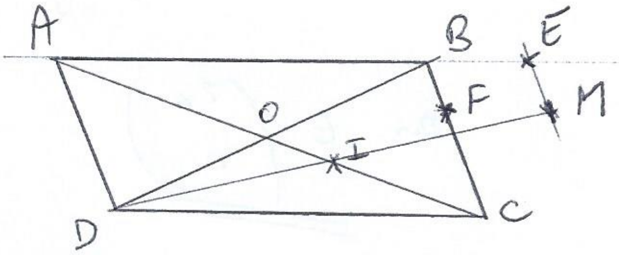
1)



2) Dans le repère $(A, \vec{AB}, \vec{AD})$, les coordonnées des points demandés sont :

$\vec{AA} = \vec{0} = 0 \times \vec{AB} + 0 \times \vec{AD}$, donc $\underline{\underline{A}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} = \vec{AB} = 1 \times \vec{AB} + 0 \times \vec{AD}$ donc $\underline{\underline{B}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{AD} = \vec{AD} = 0 \times \vec{AB} + 1 \times \vec{AD}$, donc $D \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AD} + \vec{AB} = \vec{AB} + \vec{AD}$, donc $\underline{\underline{C \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}}$

3) le coefficient directeur de la droite qui passe par A et C est $a = \dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$.

Donc $a = \dfrac{1-0}{1-0} = 1$.

Donc (AC) : $y = ax + b = x + b$

$A \in (AC)$, donc $0 = 0 + b \Rightarrow b = 0$.

Donc $\boxed{(AC) : \quad y = x}$

4) $I \in (AC)$, donc $y_I = x_I = a$

Donc l'ordonnée de I est $\underline{\underline{a}}$.

5) I milieu de $[DM]$, donc $\vec{DM} = 2\vec{DI} \Rightarrow \vec{DA} + \vec{AM} = 2\vec{DI}$

Donc $\vec{AM} = \vec{AD} + 2\vec{DI} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} a-0 \\ a-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 1+2a-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2a-1 \end{pmatrix}$

les coordonnées de M sont donc $\underline{\underline{\begin{pmatrix} 2a \\ 2a-1 \end{pmatrix}}}$

6) le coefficient directeur de la droite qui passe par A et D est $a = \dfrac{y_D - y_A}{x_D - x_A}$

$a = \dfrac{1-0}{0-0}$ IMPOSSIBLE. Donc la droite (AD) a pour équation : $\underline{\underline{x = 0}}$

7) La parallèle à (AD) passant par M passe par l'abscisse $x = 2a$, donc cette droite a pour équation : $\underline{\underline{x = 2a}}$ (D_1)

8) le coefficient directeur de la droite qui passe par A et B est $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{0}{1} =$

Donc la droite (AB) : $\underline{\underline{y = 0}}$

9) E est le point d'intersection des droites (AB) et de la droite (D1) définie dans la question 7).

Donc $E \in (AD) \cap (D1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 2a \\ y_E = 0 \end{cases}$ Donc $\underline{\underline{E \begin{pmatrix} 2a \\ 0 \end{pmatrix}}}$.

10) La parallèle à (AB) passant par Π d'ordonnée $(2a-1)$ a pour équation $(D2)$: $\underline{\underline{y = 2a-1}}$

11) La droite qui passe par B et C a pour coefficient directeur $a = \dfrac{y_C - y_B}{x_C - x_B}$

$a = \dfrac{1-0}{1-1}$ # IMPOSSIBLE, Donc la droite (BC) a pour équation $\underline{\underline{x = 1}}$

12) F est le point d'intersection des droites (BC) et (D2) défini dans la question 10).

Donc $F \in (BC) \cap (D2) \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x_F = 1 \\ y_F = 2a-1 \end{cases}}$

13) $\vec{IE} = \begin{pmatrix} 2a - a \\ 0 - a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ -a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{EF} = \begin{pmatrix} 1 - 2a \\ 2a - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2a \\ 2a-1 \end{pmatrix} = (1-2a) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

On peut vérifier que les vecteurs $\vec{IE}$ et $\vec{EF}$ sont colinéaires.

En effet $\begin{vmatrix} a & 1-2a \\ -a & 2a-1 \end{vmatrix} = a(2a-1) + a(1-2a) = 0$

Donc les vecteurs $\vec{IE}$ et $\vec{EF}$ sont colinéaires, donc les points I, E et F sont alignés.