

$$1) A(1; 5) \quad B(-2; -1) \quad C(7; -1) \quad H(1; 2)$$

A + B $ABCD$ est un parallélogramme, car $\vec{AB} = \vec{DC}$

D + C $\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-x_D \\ -1-y_D \end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 10 \\ y_D = 5 \end{cases}$

Donc $D(-10; 5)$

A + C $ACBE$ est un parallélogramme, car $\vec{AC} = \vec{EB}$

E + B $\begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2-x_E \\ -1-y_E \end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -8 \\ y_E = 5 \end{cases}$

Donc $E(-8; 5)$

2) Il faut montrer que $HE^2 = HB^2 + BE^2$.

$$HE = \sqrt{(-9)^2 + (3)^2} = \sqrt{81+9} = \sqrt{90}$$

$$HB = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = \sqrt{18}$$

$$BE = \sqrt{(-6)^2 + (6)^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72}$$

$$HE^2 = 90 \quad \text{et} \quad HB^2 + BE^2 = 18 + 72 = 90, \quad \text{donc} \quad HE^2 = HB^2 + BE^2$$

Donc HEB est un triangle rectangle en B

3) La médiatrice du segment $[ED]$ est la droite qui est perpendiculaire au segment $[ED]$ et qui passe par son milieu.

Soit I le milieu de $[ED]$, ses coordonnées sont: $\begin{pmatrix} \frac{x_E+x_D}{2} \\ \frac{y_E+y_D}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

La droite (HB) doit donc passer par I .

(HB) a pour coefficient directeur $\frac{3}{-3} = -1$ donc $y = -x + b$.

$H \in (HB)$, donc $2 = -1 + b$, donc $b = 3$

Donc l'équation cartésienne de (HB) est $y = -x + 3$

$I(1; 5)$ $5 \neq -1 + 3$, donc il n'y a pas un point. (car $I \notin (HB)$)