$$u_n(x) = \left(1+\frac{x}{n}\right)^{n} \quad , \quad v_n(x) = \left(1-\frac{x}{n}\right)^{-n}$$

$$u_{n+1}(x) = \left(1+\frac{x}{n+1}\right)^{n+1}$$

$$\left(1+\frac{x}{n}\right)^{n+1}\left(1+a_n(x)\right)^{n+1} = \left[\left(1+\frac{x}{n}\right)^{n+1}\left(1+a_n(x)\right)^{n+1}\right]$$

$$= \left(\left(1+\frac{x}{n}\right)\left(1+a_n(x)\right)\right]^{n+1}$$

$$= \left(1+a_n(x)+\frac{x}{n}+\frac{x a_n(x)}{n}\right)^{n+1}.$$

Donc il faut que $\left(1+\frac{x}{n+1}\right)^{n+1} = \left(1+a_n(x)+\frac{x}{n}+\frac{x a_n(x)}{n}\right)^{n+1}$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x}{n+1} = a_n(x) + \frac{x}{n} + x\frac{a_n(x)}{n}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x}{n+1} = a_n(x)\left(1+\frac{x}{n}\right) + \frac{x}{n}.$$

$$\Leftrightarrow \quad a_n(x)\left(1+\frac{x}{n}\right) = \frac{x}{n+1} - \frac{x}{n} = \frac{-x}{n(n+1)}.$$

$$\Leftrightarrow \quad a_n(x) = \frac{-x}{n(n+1)} \times \frac{1}{1+\frac{x}{n}} = \frac{-nx}{n(n+1)(n+x)} = \frac{-x}{(n+1)(n+x)}.$$

$$> -1$$

Pour la suite, Veuillez approvisionner votre compte