$p \geq 2$ et $q \geq 2$

$2^p - 1 \equiv 0 \; [2^p - 1]$

$\Leftrightarrow 2^p \equiv 1 \; [2^p - 1]$

$\Leftrightarrow (2^p)^q \equiv 1^q \; [2^p - 1]$

$\Leftrightarrow 2^{pq} \equiv 1 \; [2^p - 1]$

Donc le reste de la division euclidienne de $2^{pq} - 1$ par $2^p - 1$ est 1.

$2^{pq} \equiv 1 \; [2^p - 1] \quad \Leftrightarrow \quad 2^{pq} - 1 \equiv 0 \; [2^p - 1]$

Donc le reste de la division euclidienne de $2^{pq} - 1$ par $2^p - 1$ est égal à 0, donc $2^p - 1$ divise $2^{pq} - 1$ cqfd