$$2y'' - 5y' + 3y = x^2 + 4x + 2 \quad (1)$$

a) on cherche la solut° générale $2y'' - 5y' + 3y = 0$. C'est une équation différentielle du second ordre à coefficients constants, donc pose

$$y = \alpha e^{\lambda x}$$

Donc $y' = \lambda . \alpha e^{\lambda x}$ et $y'' = \lambda^2 \alpha e^{\lambda x}$

Donc $2y'' - 5y' + 3y = 0 \Rightarrow 2\lambda^2 - 5\lambda + 3 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4 \times 2 \times 3 = 25 - 24 = 1$$

Donc $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{4} = \dfrac{3}{2}$ ou $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{4} = 1$

Donc la solut° générale est $y = \alpha e^{x} + \beta e^{3/2 x}$.

b) Cherchons maintenant une solution particulière

On pose $y = ax^2 + bx + c$, donc $y' = 2ax + b$ et $y'' = 2a$

on a donc $2(2a) - 5(2ax + b) + 3(ax^2 + bx + c) = x^2 + 4x + 2$

$\Leftrightarrow 3ax^2 + x(-10a + 3b) + 4a - 5b + 3c = x^2 + 4x + 2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 1 \\ 3b - 10a = 4 \\ 4a - 5b + 3c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1/3 \\ b = 22/9 \\ 3c = 2 - 4a + 5b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1/3 \\ b = 22/9 \\ 3c = 2 - \frac{4}{3} + \frac{110}{9} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1/3 \\ b = 22/9 \\ c = \frac{116}{27} \end{cases}$ Donc la solution particulière est

$$y_0(x) = \frac{x^2}{3} + \frac{22}{9}x + \frac{116}{27}$$

Donc la solut° de (1) est :

$$y(x) = \alpha e^{x} + \beta e^{3/2 x} + \frac{x^2}{3} + \frac{22}{9}x + \frac{116}{27}$$