Resoudre $|3x+2| - |x+1| < |3x-6| - |x-1|$

si $x \leq -2/3$, $3x+2 \leq 0$, donc $|3x+2| = -3x-2$

$x \geq -2/3$, $3x+2 \geq 0$, donc $|3x+2| = 3x+2$

si $x \leq -1$, $x+1 \leq 0$, donc $|x+1| = -x-1$

si $x \geq -1$, $x+1 \geq 0$, donc $|x+1| = x+1$

si $x \leq 2$, $3x-6 \leq 0$, donc $|3x-6| = -3x+6$

si $x \geq 2$, $3x-6 \geq 0$, donc $|3x-6| = 3x-6$

si $x \leq 1$, $x-1 \leq 0$, donc $|x-1| = -x+1$

si $x \geq 1$, $x-1 \geq 0$, donc $|x-1| = x-1$

on fait un Tableau d'Expressions

x	$-\infty$	-1	$-2/3$	1	2	$+\infty$
$\|3x+2\|$	$-3x-2$	$-3x-2$	0 $3x+2$	$3x+2$	$3x+2$	
$\|x+1\|$	$-x-1$	0 $x+1$	$x+1$	$x+1$	$x+1$	
$\|3x+2\|-\|x+1\|$	$-2x-1$	$-4x-3$	$2x+1$	$2x+1$	$2x+1$	
$\|3x-6\|$	$-3x+6$	$-3x+6$	$-3x+6$	$-3x+6$	0 $3x-6$	
$\|x-1\|$	$-x+1$	$-x+1$	$-x+1$	0 $x-1$	$x-1$	
$\|3x-6\|-\|x-1\|$	$-2x+5$	$-2x+5$	$-2x+5$	$-4x+7$	$2x-5$	
	①	②	③	④	⑤	

Donc si l'on suppose que $x \leq -1$, on résoud l'inequation ① $-2x-1 < -2x+5$

Donc $-1 < +5$ ce qui est toujours vrai, donc $S_1 =]-\infty ; -1]$ est solution.

si l'on suppose que $-1 \leq x \leq -2/3$, alors on resoud l'inequation ② $-4x-3 < -2x+5$

$\Leftrightarrow$ $2x > -8$ $\Rightarrow$ $x > -4$ ~~ce qui est possible puisque~~

Donc $S_2 = [-1 ; -2/3] \cap]-4 ; +\infty[= [-1 ; -2/3]$.

Si l'on suppose que $-2/3 \leq x \leq 1$, alors on résoud l'inequation ③ $2x+1 < -2x+5$

$\Leftrightarrow$ $4x < 4$ $\Leftrightarrow$ $x < 1$, Donc $S_3 = [-2/3 ; 1] \cap]-\infty ; 1[$

$= [-2/3 ; 1[$.

si l'on suppose que $1 \leq x \leq 2$, on résoud l'inégalité 4,

$$2x+1 < -4x+7$$

$$\Leftrightarrow \quad 6x < 6 \quad \Leftrightarrow \quad x < 1.$$

Donc $S_4 = [1;2] \cap]-\infty;1[= \emptyset$

Enfin si l'on suppose que $x \geq 2$, on résoud l'inégalité 5

$2x+1 < 2x-5 \quad \rightarrow \quad 1 < -5$ ce qui est impossible, donc

$$S_5 = \emptyset$$

Donc $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4 \cup S_5$

$$=]-\infty;-1] \cup [-1;-2/3] \cup [-2/3;1[\cup \emptyset \cup \emptyset$$

$$\boxed{S =]-\infty;1[}$$