

$$f(x) = \frac{2x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$$

1) le domaine de définition de f est $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$

2) a) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$

dc f admet une asymptote verticale d'équation $x = -1$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

dc f admet une asymptote verticale d'équation $x = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - x} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 1} - 2x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - x^2 - x + 1 - 2x^3 + 2x}{x^2 - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + x + 1}{x^2 - 1} = \boxed{-1}$$

dc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (2x - 1) = 0$, dc f admet une asymptote oblique d'équation $y = 2x - 1$

en $-\infty$, on obtient le même résultat.

f admet donc 3 droites asymptotes.

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ x &= -1 \\ y &= 2x - 1 \end{aligned}$$