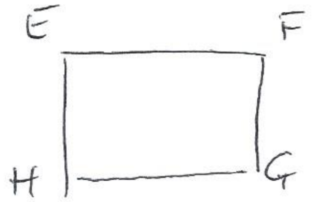
Exercice 1

$E(-2;5)$ $F(4;3)$ $G(8;-3)$ $H(2;-1)$



$$\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 4-(-2) \\ 3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{HG} = \begin{pmatrix} 8-2 \\ -3-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$, donc EFGH est un parallélogramme.

Exercice 2

$$\overrightarrow{EC} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 1-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{CF} = \begin{pmatrix} 5-3 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

1) $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CF}$, donc C est le milieu de [EF], donc F est le symétrique de E par rapport à C.

2) Si G est le symétrique de H par rapport à C, alors $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{HC}$

Si l'on nomme $\begin{pmatrix} x_G \\ y_G \end{pmatrix}$ les coordonnées de G, alors on peut écrire

$$\begin{pmatrix} x_G - 3 \\ y_G - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-2 \\ 1-3 \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} x_G - 3 \\ y_G - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \iff \begin{cases} x_G - 3 = 1 \\ y_G - 1 = -2 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x_G = 4 \\ y_G = -1 \end{cases}$$

$\iff$ Donc les coordonnées de G sont $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ ou $(4;-1)$.

3) On remarque que les segments [EF] et [GH] ont le même milieu C. Ce sont également les diagonales du quadrilatère EGFH. Donc EGFH est un parallélogramme.

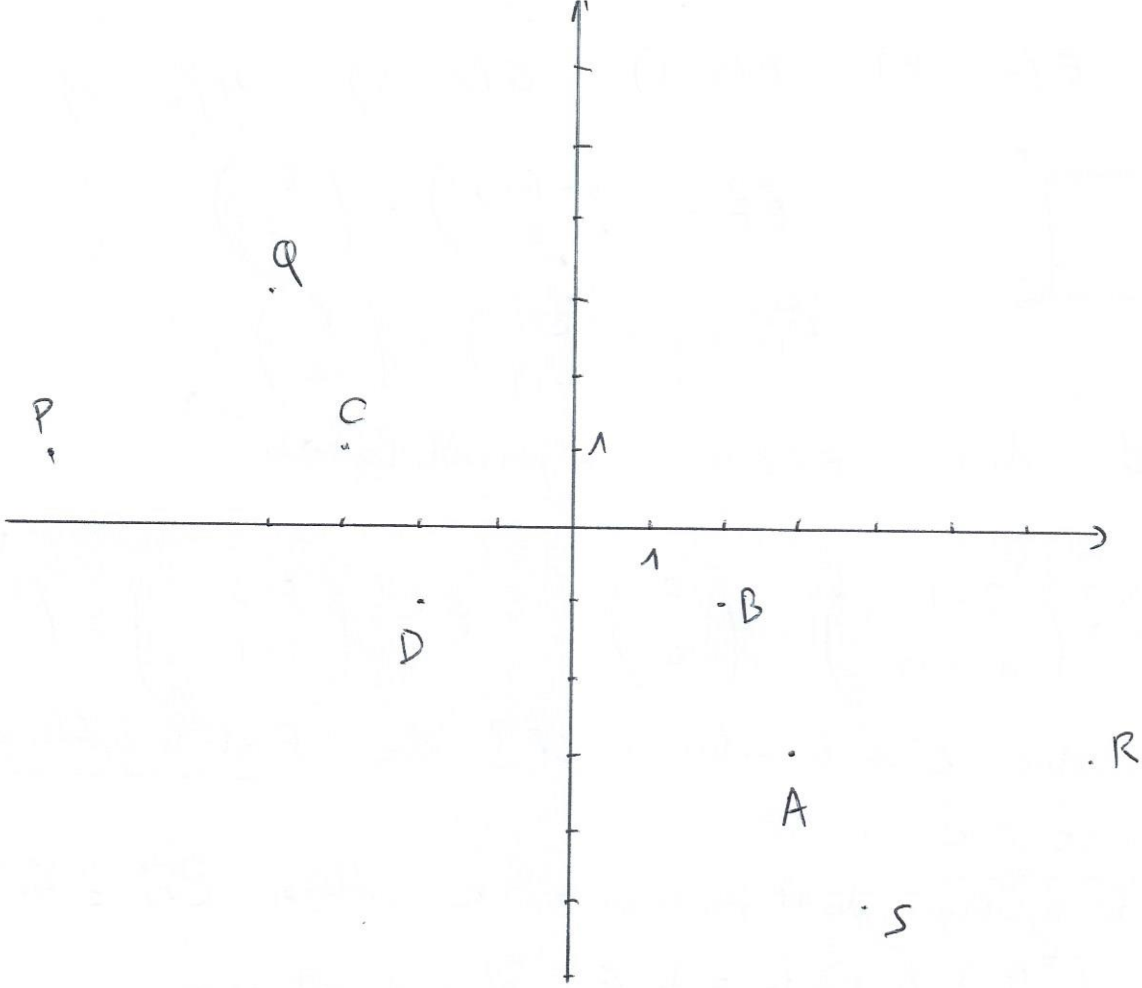
Exercice 3

1) $\overrightarrow{AB}\,(2-3\,;\,-1-(-3)) = (-1\,;\,2)$

$\overrightarrow{DC}\,(-3-(-2)\,;\,1-(-1)) = (-1\,;\,2)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, donc ABCD est un parallélogramme.

2) a)



b) P symétrique de A par rapport à B, donc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DP}$

Donc $(x_P - x_D ; y_P - y_D) = (x_D - x_A ; y_D - y_A)$

$\Leftrightarrow (x_P + 2 ; y_P + 1) = (-2-3 ; -1+3) \Leftrightarrow (x_P + 2 ; y_P + 1) = (-5 ; 2)$

Donc $\begin{cases} x_P + 2 = -5 \\ y_P + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P = -7 \\ y_P = 1 \end{cases}$ Donc $\boxed{P(-7 ; 1)}$

Q symétrique de D par rapport à C, donc $\overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{DC}$

Donc $(x_Q - x_C ; y_Q - y_C) = (x_C - x_D ; y_C - y_D)$

$\Leftrightarrow (x_Q + 3 ; y_Q - 1) = (-3+2 ; 1+1) \Leftrightarrow (x_Q + 3 ; y_Q - 1) = (-1 ; 2)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = -1-3 = -4 \\ y_Q = 2+1 = 3 \end{cases}$ Donc $\boxed{Q(-4 ; 3)}$

R symétrique de C par rapport à B, donc $\overrightarrow{BR} = \overrightarrow{CB}$

Donc $(x_R - x_B \,;\, y_R - y_B) = (x_B - x_C \,;\, y_B - y_C)$

$\Leftrightarrow (x_R - 2 \,;\, y_R + 1) = (2+3 \,;\, -1-1) \Leftrightarrow (x_R - 2 \,;\, y_R + 1) = (5 \,;\, -2)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_R - 2 = 5 \\ y_R + 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_R = 7 \\ y_R = -3 \end{cases}$ Donc $\boxed{R(7\,;\,-3)}$

S symétrique de B par rapport à A, donc $\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{BA}$

Donc $(x_S - x_A \,;\, y_S - y_A) = (x_A - x_B \,;\, y_A - y_B)$

$\Leftrightarrow (x_S - 3 \,;\, y_S + 3) = (3-2 \,;\, -3+1) \Leftrightarrow (x_S - 3 \,;\, y_S + 3) = (1 \,;\, -2)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_S - 3 = 1 \\ y_S + 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_S = 4 \\ y_S = -5 \end{cases}$ Donc $\boxed{S(4\,;\,-5)}$

c) $\overrightarrow{PQ} = (-4+7 \,;\, 3-1) = (3 \,;\, 2)$

$\overrightarrow{SR} = (7-4 \,;\, -3+5) = (3 \,;\, 2)$

$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$, donc <u>PQRS est un parallélogramme</u>.