

## Exercice 3

$$f(x) = \frac{2}{(x^2-4)^2}$$

①

1) Pour que  $f$  soit définie, il ne faut pas que son dénominateur s'annule.

$$(x^2-4)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2-4=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2)=0 \Leftrightarrow x=2 \text{ ou } x=-2$$

Donc pour que  $f$  soit définie, il faut que  $x \neq -2$  et  $x \neq 2$

$$\text{Donc } \boxed{D_f = \mathbb{R} - \{-2; 2\}}$$

$$2) \forall x \in D_f, f(-x) = \frac{2}{((-x)^2-4)^2} = \frac{2}{(x^2-4)^2} = f(x).$$

Donc la fonction  $f$  est une fonction paire. Donc sa courbe représentative présentera une symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.  
Donc il est suffisant d'étudier  $f$  sur  $[0; +\infty[ - \{2\}$

3) on suppose que  $a$  et  $b \in [0; 2[$  et que  $a < b$ .  
Trouvons le signe de  $f(a) - f(b)$ .

$$\begin{aligned} f(a) - f(b) &= \frac{2}{(a^2-4)^2} - \frac{2}{(b^2-4)^2} = \frac{2(b^2-4)^2 - 2(a^2-4)^2}{(a^2-4)^2(b^2-4)^2} \\ &= \frac{2(b^2-4 + a^2-4)(b^2-4 - (a^2-4))}{(a^2-4)^2(b^2-4)^2} = \frac{2(a^2+b^2-8)(b^2-a^2)}{(a^2-4)^2(b^2-4)^2} \end{aligned}$$

$$0 \leq a < 2 \text{ et } 0 \leq b < 2, \text{ donc } \underline{a^2+b^2-8 < 0}$$

$$a < b, \text{ donc } \underline{a^2 < b^2}, \text{ donc } \underline{b^2-a^2 > 0}$$

$$\underline{(a^2-4)^2 > 0} \text{ et } \underline{(b^2-4)^2 > 0}, \text{ donc } \underline{f(a) - f(b) < 0}, \text{ donc } \underline{f(a) < f(b)}$$

Donc sur  $[0; 2[$ , si  $a < b$  alors  $f(a) < f(b)$

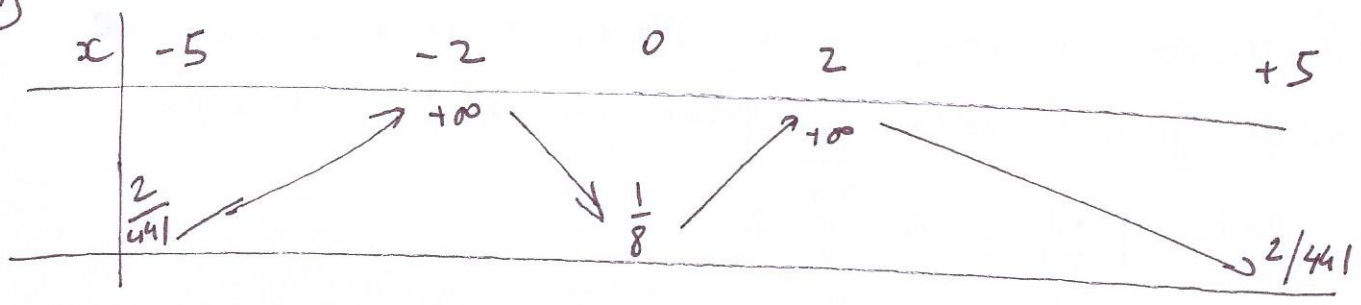
Donc  $f$  est croissante sur  $[0; 2[$ .

$$\text{si } 2 < a < b, \text{ alors } \underline{a^2+b^2-8 > 0}; \underline{b^2-a^2 > 0} \quad \underline{(a^2-4)^2 > 0} \text{ et } \underline{(b^2-4)^2 > 0}$$

$$\text{Donc } \underline{f(a) - f(b) > 0}, \text{ donc } \underline{f(a) > f(b)}.$$

Donc sur  $]2; +\infty[$ , si  $a < b$ , alors  $f(a) > f(b)$   
 Donc  $f$  est décroissante sur  $]2; +\infty[$ .

4)



5)

