



1) Aire Figure = Aire 1 + Aire 2 + Aire 3 + Aire 4

Aire 1 = Aire du demi-cercle de diamètre AC = $\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = \frac{\pi(AC)^2}{8}$

Aire 2 = Aire du demi-cercle de diamètre AB = $\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \frac{\pi(AB)^2}{8}$

Aire 3 = Aire du demi-cercle de diamètre CB = $\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = \frac{\pi(BC)^2}{8}$

Aire 4 = Aire du triangle rectangle BCA = $\frac{AC \times CB}{2} = \frac{AC \times CB}{2}$

Donc Aire Figure = $\frac{\pi}{8} (AC^2 + AB^2 + BC^2) + \frac{AC \times CB}{2}$

2) A_1 = Aire des Disques de diamètre AB = $\pi \times \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{\pi \times AB^2}{8}$

A_2 = Aire des Disques de diamètre AC + Aire des Disques de diamètre BC = $\frac{\pi}{8} AC^2 + \frac{\pi}{8} BC^2$

= $\frac{\pi}{8} (AC^2 + BC^2)$

le triangle ACB est rectangle en C, donc d'après le théorème de Pythagore,

$AB^2 = BC^2 + AC^2$

Donc $A_2 = \frac{\pi}{8} (AC^2 + BC^2) = \frac{\pi}{8} \times AB^2 = A_1$ cgfd

3) Aire blanche = Aire Figure - Aire Disque de diamètre AB.

= $\frac{\pi}{8} (AC^2 + AB^2 + BC^2) + \frac{AC \times BC}{2} - \pi \times \left(\frac{AB}{2}\right)^2$

= $\frac{\pi}{8} (AC^2 + BC^2 + AB^2) + \frac{AC \times BC}{2} - \frac{\pi AB^2}{4}$

$$\text{Donc Aire lunule} = \frac{\pi}{8} (2 \times AB^2) + \frac{AC \times BC}{2} - \pi \frac{AB^2}{4} \quad (2)$$

$$= \frac{\pi AB^2}{4} + \frac{AC \times BC}{2} - \frac{\pi AB^2}{4}$$

$$= \frac{AC \times BC}{2} = \underline{\underline{\text{Aire du Triangle ABC (qfd)}}}$$

4) Applications

a) $AC=4$ $BC=3$

$$\text{Aire lunule} = \frac{4 \times 3}{2} = \underline{\underline{6 \text{ cm}^2}}$$

b) $AC=6$ cm et $AB=7,5$ cm, donc $BC^2 = 7,5^2 - 6^2 = 20,25$

$$\text{Donc } BC = \sqrt{20,25} = \underline{\underline{4,5 \text{ cm}}}$$

$$\text{Donc Aire lunule} = \frac{6 \times 4,5}{2} = \underline{\underline{13,5 \text{ cm}^2}}$$