① $\mathcal{A}_T = \left(\frac{8-x}{2} \times x \times \frac{1}{2}\right) \times 2 = \frac{(8-x)x}{2} = \frac{8x-x^2}{2} = -\frac{x^2}{2} + 4x$

② $\mathcal{A}_T = \mathcal{A}_C \iff -\frac{x^2}{2} + 4x = x^2 \iff \frac{3x^2}{2} = 4x \iff 3x^2 = 8x$

$\iff 3x^2 - 8x = 0 \iff x(3x-8) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 8/3$.

$\boxed{\text{Donc les 2 aires sont égales si } x = 0 \text{ ou } x = 8/3}$

③ si $a < 0$, le polynôme ax^2+bx+c est maximal pour $x = \frac{-b}{2a}$.

Donc $-\frac{x^2}{2} + 4x$ est maximal pour $x = \frac{-4}{-1} = 4$ cm

Dans ce cas, l'aire du triangle vaut $-\frac{4^2}{2} + 4 \times 4 = 8$ cm²

④ $\mathcal{A}_T > \mathcal{A}_C \iff -\frac{x^2}{2} + 4x > x^2 \iff \frac{3}{2}x^2 - 4x < 0 \iff 3x^2 - 8x < 0$

Donc $x(3x-8) < 0$

$x > 0$, donc si $x(3x-8) < 0 \Rightarrow (3x-8) < 0$

$\iff x < 8/3$

Donc l'Aire du Triangle est plus grande que celle du carré

si $0 < x < 8/3$