



①

$$\textcircled{1} \quad \vec{EF} = \vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AF} = \frac{1}{4} \vec{CA} + \frac{1}{4} \vec{AD} = \frac{1}{4} \vec{CB}$$

$$\begin{aligned} \vec{GH} &= \vec{GC} + \vec{CH} = \vec{GC} + \vec{CD} + \vec{DH} = \frac{1}{3} \vec{BC} + \vec{CD} + \frac{1}{3} \vec{DB} \\ &= \frac{1}{3} \vec{BC} + \vec{CD} + \frac{1}{3} \vec{DC} + \frac{1}{3} \vec{CB} = \frac{2}{3} \vec{CB} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \vec{EF} = \frac{1}{4} \vec{CB} \\ \vec{GH} = \frac{2}{3} \vec{CB} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{CB} = 4\vec{EF} \\ \vec{CB} = \frac{3}{2} \vec{GH} \end{cases} \Rightarrow 4\vec{EF} = \frac{3}{2} \vec{GH}$$

Donc $\vec{EF} = \frac{3}{8} \vec{GH}$, donc les vecteurs \vec{EF} et \vec{GH} sont colinéaires, donc les droites (EF) et (GH) sont parallèles.

② Les droites (GE) et (FH) sont coplanaires car les droites (EF) et (GH) sont parallèles et déterminent un plan qui contient les points E, F, G et H .

$\vec{EF} = \frac{1}{4} \vec{CB}$ et $\vec{GH} = \frac{2}{3} \vec{CB}$, donc les vecteurs \vec{EF} et \vec{GH} n'ont pas la même norme. Donc $EFGH$ n'est pas un parallélogramme, les droites (GE) et (FH) sont donc sécantes.

③ $I \in (EG)$ et la droite (EG) appartient au plan (ABC)

Donc I appartient au plan (ABC)

$I \in (FH)$ et la droite (FH) appartient au plan (ABD)

Donc I appartient au plan (ABD)

I appartient aux 2 plans (ABC) et (ABD) , donc il appartient à l'intersection des 2, donc à la droite (AB) .

④ $(EF) \parallel (GH)$

Pour que $EFGH$ soit un parallélogramme, il faut que $(FH) \parallel (EG)$.
Donc il suffit de choisir G et H de telle sorte que (GE) et (FH) soit
parallèles à (AB) . Dans ce cas (AB) serait parallèle au plan $(EFGH)$. ②