

1) l'ensemble de définition de f est $[0; 8]$

2) Aire du rectangle $AMNP = AM \times MN = f(x)$

$$AM = x$$

$$\frac{MN}{MB} = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow MN = \frac{AC}{AB} \times MB = \frac{4}{8} \times (8-x) = \frac{1}{2}(8-x)$$

$$\text{Donc } f(x) = x \times \frac{1}{2}(8-x) = \frac{1}{2}x(8-x) \quad \text{CQFD.}$$

3) a) $f(x) = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 8$?

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 8 &= -\frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16) + 8 = -\frac{x^2}{2} + 4x - 8 + 8 \\ &= -\frac{x^2}{2} + 4x = \frac{1}{2}x(8-x) = f(x) \quad \text{CQFD.} \end{aligned}$$

b) l'Aire du rectangle est maximale pour $x = 4$ et elle vaut 8 cm^2

4) a) on obtient $x \approx 1,17$ ou $x \approx 6,83$.

$$\text{b) } f(x) = 4 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 8 = 4 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x-4)^2 = -4$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 8 \Leftrightarrow (x-4)^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 - (\sqrt{8})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4-\sqrt{8})(x-4+\sqrt{8}) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-4-\sqrt{8} = 0 \quad \text{ou} \quad x-4+\sqrt{8} = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = 4 + \sqrt{8} \\ \approx 6,83 \end{array}}$$

$$\text{ou} \quad \boxed{\begin{array}{l} x = 4 - \sqrt{8} \\ \approx 1,17 \end{array}}$$