70] $f(x) = \frac{100}{9}\left(x - 8 + \frac{16}{x}\right)$

A]

1) quand l'aigle voit le lapin $x = 1$

Donc sa hauteur est de $f(1) = \frac{100}{9}\left(1 - 8 + \frac{16}{1}\right) = \frac{100}{9} \times 9 = \underline{\underline{100\,m}}$

2) a) Pour que l'aigle attrape sa proie, il faut que $f(x) = 0$ (car le lapin est au sol) et il faut que $f'(x) = 0$ car l'aigle va changer de trajectoire.

b) $f'(x) = \frac{100}{9}\left(1 - 16/x^2\right) = \frac{100}{9}\left(\frac{x^2 - 16}{x^2}\right)$.

$f'(x) = 0 \iff x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x = 4.$

et si $x = 4$, $f(x) = \frac{100}{9}\left(4 - 8 + \frac{16}{4}\right) = \frac{100}{9}(0) = 0$

Donc pour $x = 4$, $f'(x) = 0$ et $f(x) = 0$, donc <u>l'aigle a attrapé sa proie</u>.

B] $g(x) = -\frac{7}{30}(x - 30)^2 + \frac{4000}{30}$

1) a) À faire sur la calculatrice

b) Il faut que $f(10) = g(10)$ et $f'(10) = g'(10)$

car au changement de direction, l'aigle doit être au même endroit et la direction de la trajectoire doit être la même.

c) $f(10) = \frac{100}{9}\left(10 - 8 + \frac{16}{10}\right) = \frac{100}{9} \times 3{,}6 = 40$

$f'(10) = \frac{100}{9}\left(1 - 16/100\right) = \frac{84}{9} = \frac{28}{3}$

$g(10) = \frac{-7}{30}(10 - 30)^2 + \frac{4000}{30} = \frac{-7 \times 400}{30} + \frac{4000}{30} = \frac{1200}{30} = 40$

$g'(x) = -\frac{14}{30}(x - 30)$, donc $g'(10) = \frac{-14}{30} \times (10 - 30) = \frac{-14 \times (-2)}{3} = \frac{28}{3}$

Donc les conditions sont bien réunies.

2) L'aigle atteindra son maximum en $x = 30$ et il sera à une altitude max de $g(30) = \frac{4000}{30} = \frac{400}{3} \simeq \underline{\underline{133\,m}}$.

71 $f(x) = 0{,}0049x^3 - 0{,}2337x^2 + 4{,}254x + 20{,}168$

a) $f'(x) = 0{,}0049 \times 3x^2 - 2 \times 0{,}2337x + 4{,}254$

$= 0{,}0147x^2 - 0{,}4674x + 4{,}2547.$

Etudions le signe de $f'(x)$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (0{,}4674)^2 - 4 \times 0{,}0147 \times 4{,}2547 = -0{,}0317...$$

Or $\Delta < 0$, or $f'(x)$ est toujours de même signe c'est-à-dire > 0, donc f est une fonction croissante, ce qui signifie que dans les années à venir, le taux d'endettement augmentera.

b) En 2015, $x = 37$ $f(37) \approx 105 > 100$ ce qui est absurde.

Donc l'ajustement ne sera plus adapté en 2015.

72 $g(x) = \dfrac{1-x}{1+x^3}$ sur $]-1;0]$

1) $g'(x) = \dfrac{-(1+x^3) - 3x^2(1-x)}{(1+x^3)^2} = \dfrac{-1-x^3-3x^2+3x^3}{(1+x^3)^2} = \dfrac{2x^3-3x^2-1}{(1+x^3)^2}$

$(1+x^3)^2 > 0$, donc $g'(x)$ est du signe de $2x^3 - 3x^2 - 1 = f(x)$

2) a) $f'(x) = 6x^2 - 6x = 6(x-1)x$

sur $]-1;0]$, $f'(x) > 0$, donc f est croissante sur $]-1;0]$

x	-1		0
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	‖ -6	$\nearrow$	-1

b) on voit que sur $]-1;0]$, $f(x) < 0$

3) $f(x) < 0$, donc $g'(x) < 0$ donc g est decroissante sur $]-1;0]$