B I

2) chaque saut au hasard costitue une epreve de Bernouilli.
La probabilité de succès (+1) est égale à la probabilité d'echec (-1), soit 1/2.

Après n saut, la probabilité qu'il y ait eu k succès suit une loi binomiale $B(n\,;\,1/2)$ avec $p(Y=k) = \frac{1}{2^n}\binom{n}{k}$

l'Esperance d'une loi binomiale est $n \times 1/2 = \frac{n}{2} = E(Y)(n \times p)$.

Après n sauts, sachant que chaque succès est $+1$ et chaque echec -1.
la position X_n est égale à : $Y - (n-Y) = 2Y - n$

Donc $E(X_n) = E(2Y-n) = 2\,E(Y) - n = 2 \times \frac{n}{2} - n = n - n$
$= 0$

D'autre part $V(Y) = n \times p \times q = n \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{n}{4}$.

$V(X_n) = V(2Y-n) = 2^2\,V(Y) = 4 \times \frac{n}{4} = n$

Donc $\boxed{\begin{array}{l} E(X_n) = 0 \\ V(X_n) = n \end{array}}$

2) si la marche aléatoire passe par 0, cela signifie que le nombre de sauts vers la droite est égal au nombre de sauts vers la gauche.

Donc si $n = 2k$, cela signifie que le nombre de succès est k.

On a vu dans B.I 2)

que $P(Y = m) = \frac{1}{2^n}\binom{n}{m}$

Donc dans notre cas, $n = 2k$ et $m = k$

Donc $P(X_{2k} = 0) = P(Y = k) = \frac{1}{2^{2k}}\binom{2k}{k}$

$= \frac{1}{(2^2)^k} \times \binom{2k}{k} = \frac{1}{4^k} \times \binom{2k}{k}$.